

UNDERSØGELSER

TIL

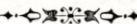
FREMSTILLING AF NORMALER I METERSYSTEMET

GRUNDET PAA SAMMENLIGNINGER MED DE DANSKE
RIGSPROTOTYPER FOR KILOGRAMMET OG METEREN

AF

K. PRYTZ og J. N. NIELSEN

D. KGL. DANSKE VIDENSK. SELSK. SKRIFTER, NATURVIDENSK. OG MATHEM. AFD. 8. RÆKKE, I. 1



KØBENHAVN

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1915

Pris: 1 Kr. 55 Øre.

Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskabs Skrifter,

6^{te} Række.

Naturvidenskabelig og matematisk Afdeling.

	Kr.	Øre
I , med 42 Tavler, 1880—85	29.	50.
1. Prytz, K. Undersøgelser over Lysets Brydning i Dampe og tilsvarende Vædsker. 1880	•	65.
2. Boas, J. E. V. Studier over Decapodernes Slægtskabsforhold. Med 7 Tavler. Résumé en français. 1880	8.	50.
3. Steenstrup, Jap. Sepidiarium og Idiosepius, to nye Slægter af Sepiernes Familie. Med Bemærkninger om to beslægtede Former Sepioloidea D'Orb. og Spirula Lmk. Med 1 Tavle. Résumé en français. 1881	1.	35.
4. Colding, A. Nogle Undersøgelser over Stormen over Nord- og Mellem-Europa af 12 ^{te} —14 ^{de} Novb. 1872 og over den derved fremkaldte Vandflod i Østersøen. Med 23 Planer og Kort. Résumé en français. 1881	10.	•
5. Boas, J. E. V. Om en fossil Zebra-Form fra Brasiliens Campos. Med et Tillæg om to Arter af Slægten Hippidion. Med 2 Tavler. 1881	2.	•
6. Steen, A. Integration af en lineær Differentialligning af anden Orden. 1882	•	50.
7. Krabbe, H. Nye Bidrag til Kundskab om Fuglenes Bændelorme. Med 2 Tavler. 1882	1.	35.
8. Hannover, A. Den menneskelige Hjernes kals Bygning ved Anencephalia og Misdannelsens Forhold til Hjernes kalls Primordialbrusk. Med 2 Tavler. Extrait et explication des planches en français. 1882	1.	60.
9. — Den menneskelige Hjernes kals Bygning ved Cyclopia og Misdannelsens Forhold til Hjernes kalls Primordialbrusk. Med 3 Tavler. Extrait et explic. des planches en français. 1884	4.	35.
10. — Den menneskelige Hjernes kals Bygning ved Synotia og Misdannelsens Forhold til Hjernes kalls Primordialbrusk. Med 1 Tavle. Extrait et explic. des planches en français. 1884	1.	30.
11. Lehmann, A. Forsøg paa en Forklaring af Synsvinklens Indflydelse paa Opfattelsen af Lys og Farve ved direkte Syn. Med 1 Tavle. Résumé en français. 1885	1.	85.
II , med 20 Tavler, 1881—86	20.	•
1. Warming, Eug. Familien Podostemaceae. 1 ^{ste} Afhandling. Med 6 Tavler. Résumé et explic. des planches en français. 1881	3.	15.
2. Lorenz, L. Om Metallernes Ledningsevne for Varme og Elektricitet. 1881	1.	30.
3. Warming, Eug. Familien Podostemaceae. 2 ^{den} Afhandling. Med 9 Tavler. Résumé et explic. des planches en français. 1882	5.	30.
4. Chrjstensen, Odin. Bidrag til Kundskab om Manganets Ilt. 1883	1.	10.
5. Lorenz, L. Farvespredningens Theori. 1883	•	60.
6. Gram, J. P. Undersøgelser ang. Mængden af Primitiv under en given Grænse. Résumé en français. 1884	4.	•
7. Lorenz, L. Bestemmelse af Kviksølvøjlers elektriske Ledningsmodstande i absolut elektromagnetisk Maal. 1885	•	80.
8. Traustedt, M. P. A. Spolia Atlantica. Bidrag til Kundskab om Salperne. Med 2 Tavler. Explic. des planches en français. 1885	3.	•
9. Bohr, Chr. Om Iltens Afvigelse fra den Boyle-Mariotteske Lov ved lave Tryk. Med 1 Tavle. 1885	1.	•
10. — Undersøgelser over den af Blodfarvestoffet optagne Iltmængde udførte ved Hjælp af et nyt Absorptionsmeter. Med 2 Tavler. 1886	1.	70.
11. Thiele, T. N. Om Definitionerne for Tallet, Talarterne og de tallignende Bestemmelser. 1886	2.	•
III , med 6 Tavler, 1885—86	16.	•
1. Zeuthen, H. G. Keglesnitlæren i Oldtiden. 1885	10.	•
2. Levinson, G. M. R. Spolia Atlantica. Om nogle pelagiske Annulata. Med 1 Tavle. 1885	1.	10.
3. Rung, G. Selvregistrerende meteorologiske Instrumenter. Med 1 Tavle. 1885	1.	10.
4. Melnert, Fr. De eucephale Myggelarver. Med 4 dobb. Tavler. Résumé et explic. des planches en français. 1886	6.	75.
IV , med 25 Tavler. 1886—88	21.	50.
1. Boas, J. E. V. Spolia Atlantica. Bidrag til Pteropodernes Morfologi og Systematik samt til Kundskaben om deres geografiske Udbredelse. Med 8 Tavler. Résumé en français. 1886	10.	50.
2. Lehmann, A. Om Anvendelsen af Middelgradationernes Metode paa Lyssansen. Med 1 Tavle. 1886	1.	50.
3. Hannover, A. Primordialbrusken og dens Forbening i Truncus og Extremiteter hos Mennesket før Fødselen. Extrait en français. 1887	1.	60.
4. Lütken, Chr. Tillæg til «Bidrag til Kundskab om Arterne af Slægten <i>Cyamus</i> Latr. eller <i>Hvullusene</i> ». Med 1 Tavle. Résumé en français. 1887	•	60.
5. — Fortsatte Bidrag til Kundskab om de arktiske Dybhavs-Tudsefiske, særligt Slægten <i>Himantolophus</i> . Med 1 Tavle. Résumé en français. 1887	•	75.
6. — Kritiske Studier over nogle Tandhvaler af Slægterne <i>Tursiops</i> , <i>Orca</i> og <i>Lagenorhynchus</i> . Med 2 Tavler. Résumé en français. 1887	4.	75.
7. Koefoed, E. Studier i Platosoforbindelser. 1888	1.	30.
8. Warming, Eug. Familien Podostemaceae. 3 ^{die} Afhandling. Med 12 Tavler. Résumé et explic. des planches en français. 1888	6.	45.
V , med 11 Tavler og 1 Kort. 1889—91	15.	50.
1. Lütken, Chr. Spolia Atlantica. Bidrag til Kundskab om de tre pelagiske Tandhval-Slægter <i>Steno</i> , <i>Delphinus</i> og <i>Prodelphinus</i> . Med 1 Tavle og 1 Kort. Résumé en français. 1889	2.	75.
2. Valentiner, H. De endelige Transformations-Grupper Theori. Résumé en français. 1889	5.	50.
3. Hansen, H. J. Cirolanidæ et familiæ nonnullæ propinquæ Musei Hauniensis. Et Bidrag til Kundskaben om nogle Familier af isopode Krebsdyr. Med 10 Kobbetavler. Résumé en français. 1890	9.	50.
4. Lorenz, L. Analytiske Undersøgelser over Primitivmængderne. 1891	•	75.

UNDERSØGELSER

TIL

FREMSTILLING AF NORMALER I METERSYSTEMET

GRUNDET PAA SAMMENLIGNINGER MED DE DANSKE
RIGSPROTOTYPER FOR KILOGRAMMET OG METEREN

AF

K. PRYTZ OG J. N. NIELSEN

D. KGL. DANSKE VIDENSK. SELSK. SKRIFTER, NATURVIDENSK. OG MATH. AFD. 8. RÆKKE, I. 1



KØBENHAVN

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI

1915

De danske Rigsprototyper for Maal og Vægt, en Meter og et Kilogram, begge af Platiniridium, blev i 1889 hjembragte fra det internationale Bureau for Maal og Vægt i Sèvres. Kort Tid efter blev de deponerede i Nationalbanken, hvor de henhælaa ubenyttede, indtil Vedtagelsen af Meterloven i 1907 gav Anledning til, at de blev tagne i Brug.

Medens Meteren efter de Undersøgelser, der er foretagne i Bureauet med andre tilsvarende Meternormaler, maatte antages at have beholdt sin Værdi uforandret, kunde dette ikke forudsættes for Kilogrammets Vedkommende. Det blev derfor i 1907 bragt til Bureauet til fornyet Undersøgelse. Efter at denne var bleven udført, kom det tilbage til København i 1910.

I en kgl. Anordning af 16. September 1910 er det blevet bestemt, at begge Prototyper, indtil anderledes bestemmes, skal opbevares i den polytekniske Lærestalts fysiske Laboratorium under Kontrol af et vedvarende Udvalg, bestaaende af Justerdirektøren paa Handelsministeriets Vegne, en Repræsentant for den danske Gradmaaling og det nævnte Laboratoriums Bestyrer. I Laboratoriet er der bleven indrettet et mod Ildebrand og Indbrud sikret Opbevaringsrum til dem. Her blev Prototyperne anbragte den 6. April 1911.

Ifølge en Overenskomst mellem Indenrigsministeriet og Ministeriet for Kirke- og Undervisningsvæsenet blev Arbejdet med Tilvejebringelse og Undersøgelse af Prototypernes Kopier og andre Normaler overdraget til Laboratoriets Bestyrer, Professor ved den polytekniske Lærestalt K. PRYTZ, der til Arbejdets Udførelse fik Medhjælp af Dr. phil. J. N. NIELSEN. Sidstnævnte har udført saa godt som alle Vejninger og Maalinger og behandlet det deraf fremgaaende Talmateriale.

Der blev i Laboratoriet udstyret to Rum til Arbejdet; det ene var et Vejerum med de fornødne Vægte, det andet, der blev brugt til Længdesammenligningerne, var forsynet med en Komparator. Forøvrigt stod Laboratoriets Instrumenter og øvrige Lokaler til Raadighed for Arbejdet.

I. Vejningerne.

1. Vægtlodder og Vægte.

Opgaven for Vejarbejdet var at finde Værdierne i lufttomt Rum af Vægtlodder indenfor Grænserne 1 mg og 20 kg i den internationale Kilogramprototyps Vægt i tomt Rum som Enhed. Den danske Rigsprototyp for Kilogrammet er af Platiniridium, Johnson, Matthey & Cie's Legering af 1884, og har Tallet 27 indgraveret.

De nævnte Vægtlodder var:

Et Kilogramslod af Platin, der i lang Tid har været opbevaret i den polytekniske Lærestalts fysiske Samling, og som nu bliver betegnet som Rigsprototypens Kopi, samt følgende Vægtlodder, der tjener som Hovednormaler:

Et Sæt Vægtlodder af Platin fra 1 mg til 500 mg, leveret dels af Collot i Paris, dels af Westphal i Celle.

Et Sæt Vægtlodder fra 1 g til 500 g og et Lod paa 500 g, alle af „bronze blanc“, leverede af Collot i Paris.

Et Sæt Vægtlodder af Messing fra 1 kg til 20 kg samt et 20 kg-Lod, leverede af Collot i Paris.

Til Kontrol for de gennem mange Mellemlid fundne Værdier for Milligramlodderne blev et Lod paa 2 mg sendt til det internationale Bureau for Maal og Vægt, hvor man viste den Velvilje at foretage en Bestemmelse af Loddets Vægt ved Sammenligning med Bureauets Normallodder.

Med de ovenfor nævnte Lodder af „bronze blanc“ fulgte en Cylinder af omtrent 150 g Vægt, der skulde bruges til Bestemmelse af Materialets Vægtfylde ved hydrostatisk Vejning.

Vægtlodsættet fra 1 g til 500 g af „bronze blanc“ bestaar af fuldt massive Lodder, hvis Hoveder er dannede af Arbejdsstykket ved Afskæring paa Drejebænken. Afpasningen til rigtig Vægt er foretaget ved Afskrabning og derpaa følgende Polering.

Messinglodderne fra 1 kg til 20 kg er af den af det franske Handelsministerium reglementerede Form. Loddernes Hoveder er her skruede ind i Loddet.

Om det ovennævnte Platinkilograms Historie skal følgende meddeles, i Hovedsagen efter C. A. F. Peters: Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und H. C. Schumacher, 3. Bd. 1860—61 og Schumacher: Jahrbuch für 1836, Stuttgart und Göttingen.

Loddet er udført af Gambey henimod Aaret 1830 og anskaffet til Astronomen Schumacher ved Observatoriet i Altona som en Kopi af Pariserobservatoriets Kilogram; det har Cylinderform uden Knap, Diameter omtrent 40 mm, Højden lidt mindre. Overfladen er ikke poleret. I 1830 eller 1831 tog Schumacher Loddet med til Paris for at faa det sammenlignet med Arkivkilogrammet. Arago, som udførte Sammenligningen, gav følgende Meddelelse om dens Resultat:

Le Soussigné, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences a comparé avec beaucoup d'attention le Kilogramme en platine de Mr. Schumacher à celui des Archives nationales, et il lui a paru que ce dernier (celui des Archives) est plus faible d'une quantité, qui ne surpasse pas certainement un milligramme et demi.

La comparaison a été faite le 21 à 11^h du matin. Le baromètre du conservateur des Archives marquait alors 28^{po} 9^{lig} $\frac{1}{2}$ et le thermomètre de Réaumur +1 7,5.

Fait à Paris le 26 Juillet 1831

F. Arago.

I Aaret 1835 udførte Astronomen Olufsen ved Københavns Observatorium under et Ophold i Paris en ny Sammenligning mellem de to Kilogramlodder. I Forvejen havde Schumacher bestemt sit Kilograms Rumfang baade ved Vejning og ved Udmaaling af dets Dimensioner, og Olufsen udmaalte Arkivkilogrammet. Han fandt ved ialt 51 Vejninger, fordelte paa 5 Dage, Værdier mellem 1 kg + 0,9 mg og 1 kg + 1,5 mg for Schumachers Lod. Senere angiver Schumacher dog 1 kg — 0,7 mg som sit Lods sande Vægt efter paa Grundlag af Hällströms Bestemmelser af Vandets Vægtfylde at have beregnet dets Vægtfylde til 21,203.

En tredje Sammenligning med Arkivkilogrammet udførtes senere af Steinheil; den gav Vægten 1 kg — 1,6 mg.

I 1895 blev Kilogrammet medbragt til Paris af K. Prytz og afgivet til det internationale Bureau til Sammenligning med den internationale Kilogramprototyp; her ved fandtes dets Vægt i 1896 lig 1 kg — 3,090 mg.

Ved de sidste her udførte Vejninger er Loddets Vægt funden lig 1 kg — 3,119 mg, altsaa 0,029 mg lettere end i 1896.

Det danske Kilogram nød Anseelse som Normallod; Schumacher ses ved det at have bestemt Vægten af et Platinkilogram for Videnskabernes Akademi i St. Petersborg; Gauss, Bessel og Repsold ses ogsaa at have benyttet det. I Danmark tjente det som Normallod, efter at det danske Pund i 1839 blev sat lig $\frac{1}{2}$ kg.

Til Udførelse af Vejningerne tjente 5 forskellige Vægte: En Ombytningsvægt til 1 kg Belastning, leveret af Collot i Paris, en Omlægningsvægt til højst 200 g fra Bunge i Hamborg, en Justervæsenet tilhørende stor Vægt til 50 kg fra Hasemann i Berlin samt to ældre Vægte, den ene til 2 kg udført i Jüngers Etablissement i København (oprindelig af Holten konstrueret til Omlægningsvægt), den anden til ca. 5 kg udført af Fortin. Endelig blev ved enkelte Sammenligninger benyttet en Nernst's Mikrovægt fra Spindler & Hoyer i Göttingen.

Collots Ombytningsvægt, Fig. 1, til Sammenligning af Vægtlodder indtil 1 kg er saaledes indrettet, at de to Lodder, der skal sammenlignes, anbringes, det ene afløsende det andet, paa samme Vægtarm, medens den anden Vægtarm har en konstant Tarerbelastning. Efter at de to Lodder er anbragte hvert paa sit Sted, det ene baaret af Vægtskaalen, det andet fast understøttet, og efter at en passende Ligevægts-

stilling er bleven tilvejebragt ved Tarerlodderne, bliver Vægtskabet lukket, hvorefter alle de følgende Operationer: Frigørelse eller Arretering, Aflæsning af Udsving, Paa-lægning eller Fjærnelse af smaa Tillægslodder til Følsomhedsbestemmelse, Ombytning af Lodderne og Aflæsning af Temperaturen i Vægtskabet, udføres i 2,5 Meters Afstand og med lukket Vægtskab.

Vægten er anbragt i et 6 m bredt og $4\frac{1}{2}$ m dybt Lokale i Kælderetagen paa en muret Pille i omtrent 3 m Afstand fra Ydervæggen, dens Stilleskruer bæres af Bolte, som er faststøbte i Murpillen. Kikkerten, som tjener til Iagttagelse af Vægtens Svingninger, er ligesom den tilhørende Maalestok M og en Glødelampe L til dennes Belysning anbragt c. 1 m fra Ydervæggen paa et Jærnbord, hvis ene Ende er boltet fast i Muren, mens den anden hviler paa to Jærnstøtter, som er førte gennem Brædegulvet til Betongulvet under dette. Paa Jærnbordet findes Haandtag for de af Staalrør dannede Stænger, s_1 til s_5 i Fig. 1, der fører hen til Vægten, og ved hvis Drejning de fornødne Manipulationer udføres. Enderne nærmest Vægten af Stængerne s_1 til s_5 bæres udenfor Vægtskabet af en til Pillen fæstet Opstander S af Jærn, hvorfra der udgaar Forbindelsesled til det indre af Vægtskabet. Arretering eller Frigørelse af Vægten sker ved Stangen s_1 og Snekkehjulet H .

De 2 Lodder, der skal sammenlignes, anbringes, som Figuren viser, tilhøjre i Vægtskabet lodret over hinanden, saaledes at det ene bæres af en fra Støtten bagved Vægtskaalen udgaaende Arm, medens det andet bæres af Vægtskaalen selv. Denne er forsynet med to Bæreflader i forskellig Højde til de to Vægtlodder. Over hver Bæreflade findes en gaffel- eller ristformet Vægtlodskifter, som bæres af en Arm fra Støtten bagved Vægtskaalen. Fra dennes to Bæreflader gaar der Opstandere op i Mellemrummene mellem Skifternes Gaffelgrene. De to Skiftere kan ved Tandstænger og Drev, som er anbragte i Støtten, og ved Drejning af Stangen s_3 føres i lodret Retning, men saaledes at den ene maa gaa ned, samtidig med at den anden gaar op. Efter Skifterens Stilling vil Vægtloddet enten staa paa dennes Grene eller paa Vægtskaalens Opstandere. Flyttes Skifterne, vil Følgen blive, at det Lod, som før blev baaret af Støtten, nu nedlægges paa Vægtskaalen, mens det andet Lod tages fra Vægtskaalen, for derefter at bæres af Støtten: Lodderne ombyttes. Ombytningen sker altsaa ikke saaledes, at det ene Lod indtager det andets Plads paa Vægten; de to Lodder vejes i forskellige Højder, det ene omtrent 12 cm højere end det andet. Dette medfører, som det fremgaar af det følgende, Nødvendigheden af en lille Korrektion som Følge af, at Tyngdekraften er forskellig i de to Højder.

Hvert Vægtlod maa have en saadan Stilling, at Vægtskaalen ikke kommer til at slingre, naar Vægten frigøres til Vejning, efter at Loddet er nedlagt paa Skaalen: Vægtlodderne maa centrerer i Forhold til Vægtskaalen. Centreringen sker ved at Loddet flere Gange skiftevis nedlægges paa Skaalen og løftes op fra den, hvorved det hver Gang nærmer sig noget til den rigtige Stilling paa Skifteren. Under Centreringsarbejdet, og i det hele hver Gang et Lod skal skifte Understøtning, støttes Vægtskaalen ved tre Knaster, som ved Drejning af Stangen s_2 føres op under den vedkommende Bæreflade, saa højt, at de netop berører dens Underside.

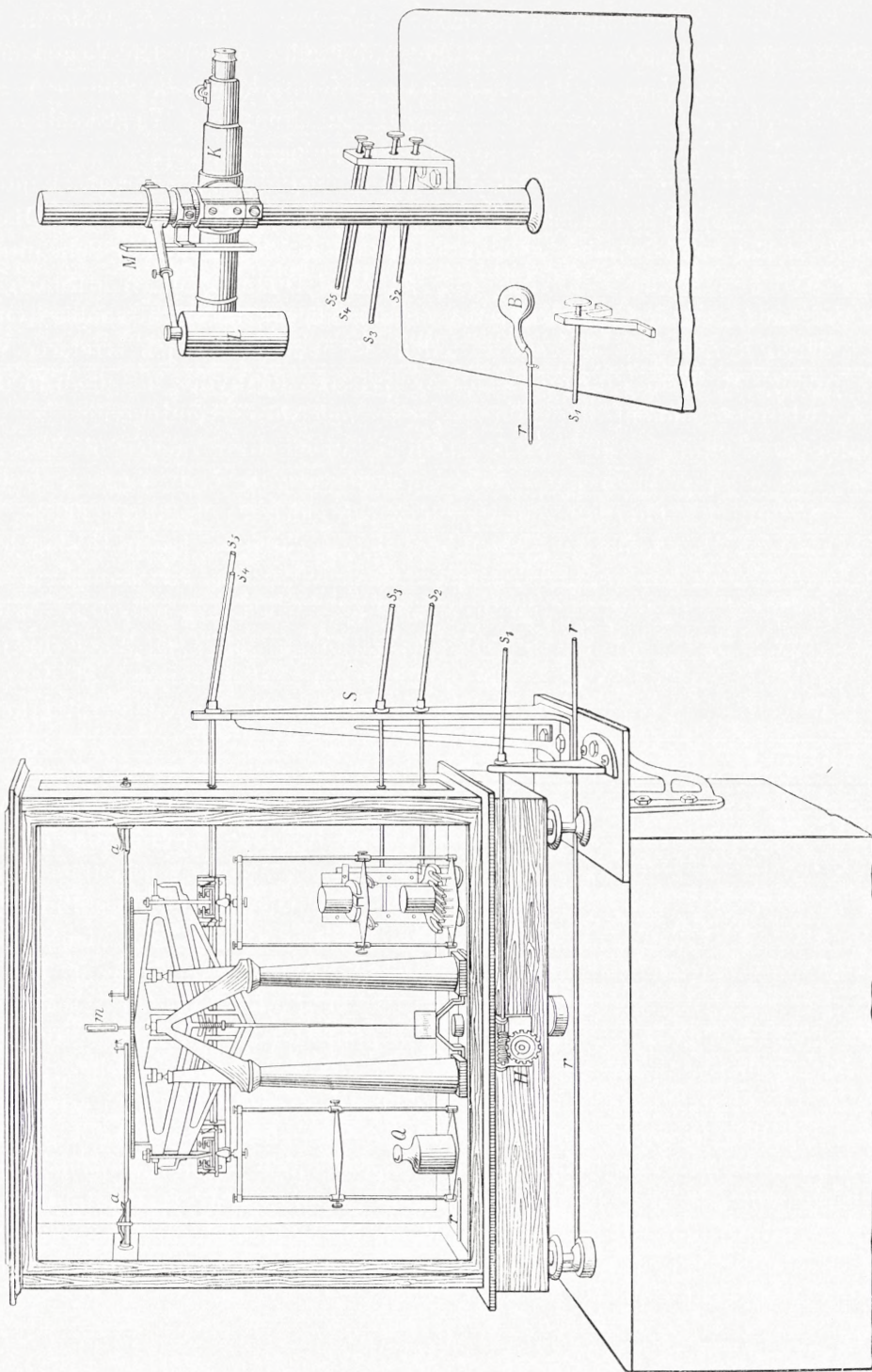


Fig. 1

For at opnaa Svingninger af passende Størrelse er der ført et Metalrør r ind i Vægtskabet fra Iagttagerens Plads. Røret udmunder under den Vægtskaal, hvor Tarerlodderne ligger. Ved et let Tryk paa en Kautsjukbold B , som er i Forbindelse med Røret, kan Iagttageren rette en svag Luftstrøm mod Vægtskaalens Underside og derved enten forstærke eller svække Svingningerne.

Svingningerne iagttages ved Spejlaflæsning, idet der er anbragt et mod Iagttageren vendende Spejl m paa en Opstander, der er fæstet til det øverste af Balancen.

Vægtens Følsomhed findes ved at forøge en af Vægtskaalenes Belastning med en Rytter af bekendt Vægt, omtrent 1 mg, som ved Drejning af en af Stængerne s_4 og s_5 lægges ned paa en kort, vandret Arm, der udgaar fra Vægtskaalens Ophængning. Rytteren lægges paa og fjernes, uden at man i Forvejen arreterer Vægten. Den almindelige Ryttermekanisme aa , hvor Rytteren forskydes henad en med Vægtbalancen forbunden inddelt Stang, bruges ikke ved Normalvejningerne.

Collots Ombytningsvægt blev brugt til Sammenligning mellem Kilogramprototypen og dens Kopi af Platin samt til ud fra sidstnævnte Lods Vægt at finde Værdierne af de som Hovednormaler betegnede Vægtlodder fra $\frac{1}{2}$ kg til 200 g.

Vægten blev brugt med en Følsomhed, der gav henved 1,5 cm Udslag for 1 mg Tillægsvægt ved en Belastning paa 1 kg. Tiden for en hel Svingning var da omtrent 75 sek. Af Vejningsresultaterne fremgaar det, at den væsentligste Fejlkilde ved Vejningerne er de Forandringer, som Ligevægtsstillingen lider ved Arretering og fornyet Frigørelse af Vægten med uforandret Belastning. Betydningen af denne Fejlkilde er funden ved Resultaterne af Vægtsammenligningerne mellem Kilogramprototypen og dens Platinkopi.

Disse Sammenligninger blev, som det omtales nærmere S. 10, udført saaledes, at Ligevægtsstillingen blev bestemt 7 Gange med uforandret Tara Q paa den ene Vægtskaal, medens Prototypen og Kopien skiftevis blev anbragt paa den anden Skaal. Endvidere blev Luftens Tryk og Temperaturen i Vægtskabet iagttaget umiddelbart før og efter denne Serie af Vejninger. De 7 iagttagne Ligevægtsstillinger kaldes $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3, a_4$. Da Taralodden var af Bronze, har ogsaa den lille under Vejningerne indtrædende Variation af Luftens Vægtfylde en iagttagelig Indflydelse paa Ligevægtsstillingen; derfor blev i nærværende Undersøgelse de 6 sidste Ligevægtsstillinger korrigerede saaledes, at de alle henførtes til den Luftvægtfylde, hvorved a_1 blev funden. Endvidere blev her b_1, b_2, b_3 korrigerede saaledes, at de kom til at svare til samme Belastning som a_1, a_2, a_3, a_4 , ved at man til b 'erne adderede Differensen mellem a 'ernes og b 'ernes Middeltal. Herefter blev alle 7 Ligevægtsstillinger behandlet som Enkeltiagttagelser af den samme Størrelse, og de 7 Enkeltiagttagelsers Fejlkvadraters Sum blev beregnet for enhver af 24 Vejningsserier. Af de 7×24 Kvadratsummer blev Middelfejlen i Bestemmelsen af Ligevægtsstillingen funden. Det skal bemærkes, at denne Stilling blev funden ved Iagttagelse af 5 Udsving. For Middelfejlen fandtes

$$f = 0,083 \text{ cm.}$$

Denne Middelfejl paa omtrent $\frac{4}{5}$ mm, der er 10 Gange saa stor som den, hvor- med Ligevægtstillingen kan iagttages, svarer, med den ovenfor angivne Følsomhed og 1 kg Belastning paa hver Skaal, til en Vejefejl

$$f' = 0,057 \text{ mg.}$$

En Forandring i Ligevægtstillingen paa 0,083 cm vil svare til en Bevægelse paa 0,06 mm af Vægtens Tungespids, der ligger omtrent 37 cm under Midterknivens Æg.

At det er Arretering og fornyet Frigørelse af Vægten, der er den langt over- vejende Fejlkilde her, fremgaar af de Vejningsserier, der tjente til Bestemmelse af Følsomheden (se S. 11 øverst) ved at Vægten skiftevis blev belastet med eller fri- gjort for en Rytter af Vægt omtrent 1 mg, medens de to Skaale iøvrigt havde hver en uforandret Belastning paa 1 kg. Som før nævnt er Vægten indrettet saaledes, at Rytteren kan paalægges eller fjernes, uden at Vægten arreteres i Mellemtiden. Behandles de i disse Vejningsserier udførte Iagttagelser paa samme Maade som de ovennævnte, findes en Middelfejl i Ligevægtstillingens Bestemmelse, der er omtrent $\frac{1}{4}$ af den forrige, nemlig

$$\varphi = 0,02 \text{ cm, } \varphi' = 0,014 \text{ mg.}$$

Følsomheden er fra d. 22. April til d. 6. Maj 1911, i hvilket Tidsrum de omtalte Sammenligninger blev udførte, aftaget i Forholdet 1,49 til 1,45. Dette maa vel for- klares ved, at Brugen af Vægten har medført en meget lille, varig Bøjning af Balancen. I 1913 var Følsomheden 1,45.

Bunges Omlægningsvægt anvendtes til Bestemmelse af Værdierne for Hoved- normalerne fra 100 g til 1 mg med 200 g-Lodderne som Bindeled overfor Vejningerne med Collots Vægt. Bunges Vægt er den samme, som blev anvendt ved Martin Knudsens Bestemmelser af Havvandets Konstanter; den findes beskrevet i Rede- gørelsen for dette Arbejde.¹⁾

Nernst's Mikrovægt anvendtes bl. a. til en Kontrolsammenligning mellem to ved Vejningerne paa Bunges Vægt bestemte 2 mg-Lodder og et i det internationale Bureau for Maal og Vægt undersøgt 2 mg-Lod. Mikrovægten er beskrevet i Berichte d. deutschen chem. Gesellsch. Bd. 36, 1903, S. 2086.

Jüngers Vægt blev brugt til Bestemmelse af 2 kg-Loddets Værdi med Benyttelse af to ved Collots Vægt bestemte 1 kg-Lodder. Tillige tjente den ved den hydro- statiske Vejning til Bestemmelse af Vægtfylden for bronze blanc-Legeringen. Dens Følsomhed var omtrent $\frac{1}{3}$ mg ved 2 kg Belastning.

Hasemanns Vægt tjente til Bestemmelse af Hovednormalerne fra 5 kg til 20 kg. Vægten er af almindelig Konstruktion. Den tilhører Justervæsenet, men er midler- tidig opstillet i fysisk Laboratoriums Vejerum, hvilende paa Betongulv og overbygget med et Skab til Beskyttelse mod Luftstrømninger. Den viser en næsten konstant Følsomhed, 1 Skaladel = 1 mm for 14 mg, lige til en Belastning med 20 kg paa hver Skaal.

¹⁾ Vid. Selsk. Skrifter, 6. R. naturv.-mat. Afd. Bd. XII Nr. 1. S. 45 ff. 1902.

2. Udførelse af Sammenligningsvejningerne.

Ved Sammenligningen mellem Kilogramprototypen og dens Kopi (Schumachers Platinkilogram) benyttedes som ovenfor nævnt Ombytningsvægten fra Collot, ved hvilken Aflæsningerne af Udsvingene og alle Manipulationer under Vejningen foretoges i en Afstand af omtrent 2,5 m.

Temperaturen i Vægtskabet bestemtes ved to Termometre, anbragte i hver Ende af Vægtskabet; Aflæsningen af disse foretoges ved en særlig Kikkert, der var opstillet paa det Bord, hvorfra Manipulationerne blev udførte. Barometerstanden under Vejningen bestemtes før og efter hver Serie ved Aflæsning af et i Lokalet anbragt Fuess' Normalbarometer, og Damptrykket i Lokalet bestemtes efter hver Serie ved Assmann's Aspirationspsykrometer.

De Lodder, der skulde sammenlignes, anbragtes paa Vægten, og Ligevægt bragtes tilveje, hvorefter Vægten henstod i Ro mindst et Døgn, før Observationerne paabegyndtes. Gangen i en Serie Vejninger var følgende:

Først foretages 2 Ombytninger af Lodderne og Nedlægninger af Balancen (to Enkeltvejninger), hvoraf Udsvingene ikke noteres. Under disse to Enkeltvejninger aflæses Barometerstanden og Temperaturen i Vægtskabet. Først med tredie Ombytning og Nedlægning paabegyndes Aflæsningerne af Udsvingene; dog udfører Balancen en hel Svingning, før Udsvingene noteres; derpaa aflæses 3 Udsving til højre og 2 til venstre.

Derefter arreteres Balancen, Lodderne ombyttes, og anden Enkeltvejning udføres, idet Aflæsningerne ligeledes først paabegyndes, naar Balancen har udført en hel Svingning. En ny Ombytning foretages, og tredie Enkeltvejning udføres med det samme Lod som i første, og saaledes fortsættes, indtil Serien afsluttes, naar der er foretaget 4 Enkeltvejninger med første og 3 med det andet Lod. Paabegyndelsen af Vejningsserierne sker skiftevis med de to Lodder.

Kaldes de under første Enkeltvejning paa Maalestocken aflæste Udsving l_1, l_2, l_3, l_4 og l_5 , faas de 3 Værdier for Ligevægtsstillingen:

$$a_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{l_1 + l_3}{2} + l_2 \right)$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{l_2 + l_4}{2} + l_3 \right)$$

$$a_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{l_3 + l_5}{2} + l_4 \right)$$

hvoraf faas Middeltallet

$$a_1' = \frac{1}{3} (a_1 + a_2 + a_3).$$

Paa samme Maade findes Ligevægtsstillingen for anden Enkeltvejning a_1'' o. s. v., og af de 4 Værdier for a' og 3 for a'' dannes to Middeltal svarende til de to Lodder; Differensen mellem disse

$$a = \frac{1}{4} (a_1' + a_2' + a_3' + a_4') - \frac{1}{3} (a_1'' + a_2'' + a_3'')$$

giver da den tilsyneladende Differens mellem første og andet Lod, foreløbig udtrykt i Maalestokkens Centimetre som Enhed.

Til Bestemmelse af den Vægt, der repræsenteres ved Udsvinget 1 cm, bestemmes Vægtens Følsomhed ved Hjælp af en Rytter af Vægt omtrent 1 mg. Rytteren kunde som før nævnt fra Aflæsningsbordet ved Hjælp af en særlig Mekanisme lægges ned paa Vægtskaalens Ophængning, hvilken Nedlægning kunde foretages, uden at man arreterede Balancen. Følsomhedsbestemmelserne foretages ved en Serie Vejninger efter samme Skema som ovenfor, hvor første Lod er det samme som før, medens der i Stedet for andet Lod er benyttet første Lod + Rytter.

Beregningen af Ligevægtstillingen udføres efter ovenstaaende Skema; har man paa denne Maade fundet Udsvinget a_R , som Rytteren frembringer, betyder Brøken $\frac{R}{a_R}$, hvor R er Rytterens Vægt i Milligram, altsaa den Vægt i Milligram, der frembringer et Udslag 1 cm paa Maalestokken. Det ovenfor fundne Udsving repræsenterer altsaa en Vægt $\frac{a}{a_R} R$ mg.

Som Exempel paa Udførelsen af en Serie Vejninger skal anføres Serie 3, udført den $^{25}/_4$ 1911. Belastningen paa venstre Side var $51\text{kg} = 500 + 500^\circ$ g af bronze blanc + 75 mg. Paa højre Side fandtes paa nederste Skaal Prototypen, paa øverste Kopien + 4 mg. t_{30} angiver Aflæsningen paa Termometer Nr. 30, der fandtes til venstre, t_{31} paa Nr. 31 til højre i Vægtskabet.

$^{25}/_4$ 1911. Serie 3. $t_{30} = 18,20$. $t_{31} = 18,30$. $B = 758,65$ ($t = 18,4$).

Enkeltvejninger (Tara 51kg)

Nr. 1. Kopi + 4 mg (øverste Skaal)

Udsving l_r		$2 a_r$	Middeltal α
til højre	til venstre		
14,81			
	14,25	29,050	
79		050	
	27	050	14,525
77			

Nr. 3. Kopi + 4 mg (øverste Skaal)

Udsving l_r		$2 a_r$	Middeltal α
til højre	til venstre		
14,72			
	14,24	28,955	
71		955	
	25	955	14,478
70			

Nr. 2. Prototyp (nederste Skaal)

Udsving l_r		$2 a_r$	Middeltal α
til højre	til venstre		
14,78			
	14,28	29,050	
76		050	
	30	050	14,525
74			

Nr. 4. Prototyp (nederste Skaal)

Udsving l_r		$2 a_r$	Middeltal α
til højre	til venstre		
14,89			
	14,19	29,060	
85		055	
	22	050	14,528
81			

Nr. 5. Kopi + 4 mg (øverste Skaal)

Udsving l_r		$2 a_r$	Middeltal α
til højre	til venstre		
14,82			
	14,02	28,825	
79		830	
	06	830	14,114
75			

Nr. 6. Prototyp (nederste Skaal)

Udsving l_r		$2 a_r$	Middeltal α
til højre	til venstre		
15,02			
	14,10	29,100	
14,98		095	
	13	090	14,548
94			

Nr. 7. Kopi + 4 mg (øverste Skaal)

Udsving l_r		$2 a_r$	Middeltal α
til højre	til venstre		
14,91			
	13,98	28,870	
87		865	
	14,01	860	14,133
83			

$$t_{30} = 18,29. \quad t_{31} = 18,38. \quad B = 758,75 \quad (t = 18,6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Vaadt Term. 12.2} \\ \text{Tørt} \quad \quad \quad 18,6 \end{array} \right.$$

Heraf beregnes Middeltemperaturen under Serien $t = \frac{1}{2} [\frac{1}{2}(18,20 + 18,29) + \frac{1}{2}(18,30 + 18,38)] = 18,29$.

Af Psykrometer aflæsningen faas Damptrykket $b = 7,4$ mm, og man faar den i Udtrykket for Luftens Vægtfylde indgaaende Størrelse:

$$B = 758,7 - 2,3 - \frac{3}{8} \cdot 7,4 + 0,7 = 754,3 \text{ mm.}$$

Af ovenstaaende Ligevægtsstillinger faas:

$$\alpha = \frac{1}{4} (14,525 + 14,478 + 14,414 + 14,433) - \frac{1}{3} (14,525 + 14,528 + 14,548) = -0,071.$$

Ved Følsomhedsbestemmelsen med Rytter af Vægt 1,025 mg fandtes:

$$\alpha_R = \div \frac{1}{4} (14,586 + 14,624 + 14,639 + 14,638) + \frac{1}{3} (16,099 + 16,114 + 16,123) = 1,490.$$

Man faar da som Resultat af Serie I:

$$\text{Kopi} + 4 \text{ mg} - \text{Prototyp} = -\frac{0,071}{1,490} \cdot 1,025 = -0,0488 \text{ mg.}$$

Ovenstaaende Ligning gælder for Vejningen i Luften. Kaldes Vægten af Lodderne i lufttomt Rum henholdsvis K og P , og er Luftens Opdrift henholdsvis O_K og O_P , kan Ligningen skrives:

$$\begin{aligned} K - O_K + 4 \text{ mg} - (P - O_P) &= -0,0488 \text{ eller, idet } O_K - O_P = O_{K-P}: \\ K + 4 \text{ mg} &= P + O_{K-P} - 0,0488 \text{ mg.} \end{aligned}$$

Da Rumfanget af Kopien er $47,163 \text{ cm}^3$, af Prototypen $46,443 \text{ cm}^3$, Differens $0,720 \text{ cm}^3$, faas som Korrektion for Opdriftforskøl under ovennævnte Serie:

$$O_{K-P} = 0,720 \cdot \frac{1,2928}{1 + 18,29/273} \cdot \frac{754,3}{760} = 0,8657 \text{ mg},$$

der indsat i forrige Ligning giver:

$$K + 4 \text{ mg} = P + 0,8169 \text{ mg}.$$

Af Vejninger som ovenstaaende Exempel (Prototypen paa nederste Skaal) toges 18 Serier. Derefter ombyttedes Prototypen og Kopien, saaledes at Prototypen nu stod paa øverste Skaal, Kopien paa nederste; med denne Stilling af Lodderne udførtes 8 Serier Vejninger.

Som Resultat af disse to Afsnit af Vejninger fandtes:

1. Afsnit: $K + 4 \text{ mg} = P + 0,8188 \text{ mg}$
2. Afsnit: $K + 4 \text{ mg} = P + 0,8803 \text{ mg}$
- Differens (2) - (1) = $0,0615 \text{ mg}$.

Uoverensstemmelsen mellem de to Værdier hidrører fra, at der findes en Korrektion af Betydning, som vi endnu ikke har taget Hensyn til. Skaalene, hvorpaa Kopien og Prototypen staar under Vejningen, findes ikke i samme Højde; Højdeforskellen er $12,3 \text{ cm}$. Under den første Række Vejninger staar Kopien paa øverste Skaal; tænker vi os den flyttet ned paa nederste Skaal, vil dens Vægt tilsyneladende forøges som Følge af, at den kommer nærmere til Jordcentret, medens den anden Række Vejninger, udførte med Kopien paa nederste Skaal, vilde give en mindre Vægt for dette Lod, saafremt det stod paa samme Skaal som Prototypen.

Kaldes Kopiens tilsyneladende Vægtforøgelse ved Flytning fra øverste til nederste Skaal H , bliver de to ovenstaaende Ligninger henholdsvis:

1. Afsnit (P nederst): $K + 4 \text{ mg} = P + 0,8188 \text{ mg} + H$
2. Afsnit (P øverst): $K + 4 \text{ mg} = P + 0,8803 \text{ mg} - H$.

Af disse to Ligninger kunde H elimineres ved Addition, men dette forudsætter, at de to Ligninger har samme Vægt, hvilket ikke er Tilfældet. H kan imidlertid let beregnes. Tænker vi os et Legeme med Massen p i Afstanden R fra Jordens Gravitationscentrum, vil Jorden tiltrække det med en Kraft $pg = \frac{k}{R^2}$. Løftes det h Meter højere op, er Tiltrækningen $pg_1 = \frac{k}{(R+h)^2}$. Den tilsyneladende Vægtforandring x er da bestemt ved $xg = pg - pg_1 = \frac{k}{R^2} - \frac{k}{(R+h)^2}$, som med fornøden Tilnærmelse kan sættes lig $\frac{2hk}{R^3}$.

Indsættes $k = pgR^2$, faas for $p = 1 \text{ kg} = 10^6 \text{ mg}$ og $R = \frac{2 \cdot 10^7}{\pi}$ (Jordkvadranten sat lig 10^7 Meter): $x = \frac{\pi}{10} \cdot h$, der for $h = 1$ Meter giver

$$x = \frac{\pi}{10} \text{ mg.}$$

For $h = 12,3 \text{ cm}$ faas da som tilsyneladende Vægtforøgelse af Kopien ved Flytning fra øverste til nederste Vægtskaal:

$$H = \frac{\pi}{10} \cdot 0,123 = 0,0386 \text{ mg,}$$

medens den af Vejningerne fundne Forskel er $\frac{1}{2} \cdot 0,0615 = 0,0308 \text{ mg}$, altsaa ikke afvigende $\frac{1}{100}$ mg fra den beregnede Værdi. Indføres nu den beregnede Værdi $H = 0,0386 \text{ mg}$ i samtlige Observationsligninger, med Fortegnet $+$ i første, $-$ i andet Afsnit, bliver samtlige Differenser henførte til samme Højde af de to Lodder.

I nedenstaaende Tabel findes opført Resultaterne af samtlige Observationsserier, idet der er anvendt samme Betegnelser som i det foregaaende. Under o er opført den endelige Værdi for $K + 4 \text{ mg} - P$ fremgaaet af hver Observationsserie.

Datum 1911	Serie Nr.	α cm	a_R	B mm	t°	$\frac{\alpha}{a_R} \cdot 1,025$ mg	O_{K-P} mg	H mg	o mg	$o - u$	$(o - u)^2$
22/4	1	- 0,135	1,490	764,8	19,18	- 0,0929	0,8751	+ 0,0386	0,8208	- 0,0318	0,001011
—	2	089	—	764,3	19,15	0612	8746	—	8520	0006	0000
25/4	3	071	1,490	754,3	18,29	0488	8657	—	8555	+ 0029	0008
—	4	039	—	754,3	18,42	0268	8653	—	8771	0245	0600
—	5	157	—	754,4	18,51	1080	8652	—	7958	- 0568	3226
—	6	050	—	754,2	18,49	0344	8650	—	8692	+ 0166	0275
27/4	7	101	1,476	747,6	17,78	0701	8595	—	8280	- 0246	0605
—	8	094	—	747,1	17,82	0653	8589	—	8322	- 0204	0416
—	9	011	—	746,7	17,87	0076	8583	—	8893	+ 0367	1346
—	10	089	—	746,3	17,89	0618	8577	—	8345	- 0181	0327
29/4	11	068	1,481	742,9	17,30	0471	8556	—	8471	- 0055	0030
—	12	007	—	742,6	17,31	0048	8552	—	8890	+ 0364	1324
—	13	028	—	741,9	17,33	0194	8543	—	8735	0209	0436
—	14	+ 009	—	740,9	17,36	+ 0062	8531	—	8979	0453	2052
2/5	15	- 040	1,470	760,7	16,83	- 0279	8775	—	8882	0356	1267
—	16	114	—	760,8	17,00	0795	8771	—	8362	- 0164	0268
—	17	112	—	760,8	17,06	0781	8769	—	8374	0152	0231
—	18	008	—	760,8	17,14	0056	8767	—	9097	+ 0571	3260
4/5	19	+ 006	1,456	754,2	16,70	+ 0042	8704	- 0,0386	8360	- 0166	0275
—	20	091	—	754,3	16,90	0641	8699	—	8954	+ 0428	1831
—	21	- 086	—	754,5	17,08	- 0605	8696	—	7705	- 0821	6740
—	22	+ 090	—	754,7	17,23	+ 0634	8693	—	8941	+ 0415	1722
6/5	23	- 013	1,452	762,2	18,28	- 0092	8748	—	8270	- 0256	0655
—	24	028	—	762,4	18,28	0198	8750	—	8166	- 0360	1296
—	25	+ 089	—	762,5	18,29	+ 0628	8750	—	8992	+ 0466	2171
—	26	- 060	—	762,8	18,26	- 0424	8756	—	7946	- 0580	3364

Sum: 22,1668 0,034736

Middel: $u = 0,8526$ $\lambda_2(o) = \pm 0,0373$

$\lambda_2(u) = \pm 0,0073$

Betragtes de i Tabellen opførte Værdier for o som Enkeltiagttagelser, findes Middelfejlen paa disse $\lambda_2(o) = \pm 0,0373$ mg, medens Middelfejlen paa Middeltallet u bliver

$$\lambda_2(u) = \pm 0,0073 \text{ mg.}$$

Som Enderesultat af samtlige Vejninger haves da:

$$K = P - 4 \text{ mg} + 0,8526 \text{ mg} \pm 0,0073 \text{ mg.}$$

De i Ligningen indgaaende 4 mg bestaar af 2 Lodder à 2 mg hørende til Hovednormalerne for Vægtlodder. Ved Undersøgelsen af disse var tidligere funden den samlede Vægt 4,0667 mg.

I November 1911 blev Vægten af disse to Lodder bestemt paany ved paa Nernst's Mikrovægt at sammenlignes med et fra det internationale Bureau for Maal og Vægt modtaget verificeret 2 mg-Lod af Vægt 2,030 mg. Ved denne Undersøgelse fandtes den samlede Vægt 4,0713 mg, og med Benyttelse af denne Værdi giver ovenstaaende Ligning da:

$$K = P - 3,2187 \text{ mg} \pm 0,0073 \text{ mg.}$$

Ved en i det internationale Bureau i 1909 foretaget Nybestemmelse af Prototypens Vægt fandtes:

$$P = 1 \text{ kg} + 0,107 \text{ mg, hvoraf}$$

$$\underline{K = 1 \text{ kg} - 3,112 \text{ mg.}}$$

Denne Værdi viser en særdeles god Overensstemmelse med den i 1896 i det internationale Bureau fundne Vægt: $K = 1 \text{ kg} - 3,090 \text{ mg}$, men synes dog at vise, at Kilogramkopiens Vægt i den forløbne Tid er aftaget lidt.

Som før nævnt forelaa der som Hovednormaler for Vægtlodder 3 forskellige Sæt Lodder fra Collot i Paris. Det første omfattede Lodderne fra 10—500 mg af Platinblik efter Systemet 1, 2, 2 og 5 og suppleredes med Vægtlodderne 1, 2, 2^o og 5 mg af Platinblik fra Westphal i Celle. Det næste Sæt var forarbejdet af bronze blanc (en umagnetisk Legering af lige Dele Nikkel og Kobber) og omfattede Lodderne fra 1 g til 500 g; endvidere forelaa der et andet Lod paa 500 g af samme Legering for at simplificere Henførelsen til Kilogramprototypen. Lodderne over 1 kg var forfærdiget af Messing og omfattede Lodderne 1, 2, 5, 10, 20 og 20^o kg.

Ved Undersøgelsen af disse Lodder benyttedes de ovenfor omtalte Vægte. Fremgangsmaaden paa Bunges Vægt var i alt væsentligt den samme som den af Martin Knudsen ved Vejninger paa samme Vægt benyttede¹⁾. Den eneste Forandring, der var foretaget, var en Ændring af Belysningsforholdene. Som Lyskilde benyttedes en Glødelampe, der var ophængt i en Afstand af 3 m fra Vægten omtrent i samme Plan som Vægtskabets Forside. I denne var der boret et Hul, hvori der var anbragt en forsølvet, konisk Glasstift, hvis smalle Endeflade befandt sig lidt foran den

¹⁾ Vid. Selsk. Skrifter, 6. Række, naturv.-mat. Afd. Bd. XII, Nr. 1, p. 45 ff. Kbhvn. 1902.

Del af Maalestokken, der laa i Mikroskopets Synsfelt. Glasstiftens brede Endeflade, der stak udenfor Vægtskabet, var plant afslebet vinkelret paa Axen, og paa denne Flade var der med Kanadabalsam kittet et retvinklet Prisme med forsølvet Hypotenusenflade.

Glasstiften med Prismet stilledes nu saaledes, at Normalen til den frie Kateteflade omtrent traf Glødelampen; dennes Lys samledes af en Linse paa Katetefladen, kastedes tilbage fra den forsøvede Hypotenusenflade og gik igennem den anden Kateteflade og Glasstiften; herved frembragtes en Lysplet paa den Del af Maalestokken, hvorpaa Aflæsningsmikroskopet sigtede.

Vægten var til alle Sider beskyttet mod Varmestraaling ved Nikkelpapir, og efter hver Vejning aflæstes Temperaturen paa et i Vægtskabet anbragt Termometer; ved Sammenligning af Lodder med forskellig Vægtfylde aflæstes tillige Barometerstand og Aspirationspsykrometer.

Ved Beregning af Udsvingene benyttedes den af Prof. Knudsen udledte Formel (l. c. p. 48)

$$P_1 - P_2 = \frac{a' - a - (a'_0 - a_0)}{a'_1 - a_1 - (a' - a)},$$

hvori

P_1 betegner Belastningen paa venstre Skaal } naar Haandtaget under Vægten er
 P_2 — — — højre — } drejet til venstre.

a'_0 } Udslaget af den ubelastede Vægt { naar Haandtaget under Vægten er drejet til højre.
 a_0 } — — — — — — — — — — — til venstre.

a' } Udslaget ved Belastning P_1 og P_2 { med Haandtag til højre.
 a } — — — — — — — — — — — venstre.

a'_1 } — — — — — $P_1 + 1$ mg og P_2 { med Haandtag til højre.
 a_1 } — — — — — — — — — — — venstre.

I ovenstaaende Udtryk angiver Nævneren Udslaget for en Tillægsvægt af 1 mg, altsaa Vægtens Følsomhed. Denne bestemtes ved Hjælp af en Rytter, der repræsenterede en Vægt af lidt over 1 mg, naar den flyttedes fra Mærke 3 paa Rytterlinealen til Mærke 7 samtidig med en Ombytning af Skaalene (se Knudsen l. c. p. 48—49).

Kaldes Rytterens Vægt R , og giver den Udslaget a_R , kan Nævneren i Udtrykket for $P_1 - P_2$ skrives $\frac{a_R}{R}$; følgelig bliver

$$P_1 - P_2 = \frac{R}{a_R} (a' - a - (a'_0 - a_0)).$$

Er a_R konstant, saa er altsaa alle Differenser mellem Lodderne paa de to Skaale proportionale med Differensen $a' - a - (a'_0 - a_0)$ mellem Ligevægtsstillingerne ved belastet og ubelastet Vægt.

Forandres imidlertid Vægtens Følsomhed, saaledes at Udslaget for Rytteren bliver a'_R , faas med samme Belastning P_1 og P_2 ogsaa andre Værdier for a' og a ; kaldes disse a'_2 og a_2 , haves da:

$$P_1 - P_2 = \frac{R}{\alpha_R} (\alpha'_2 - \alpha_2 - (\alpha'_0 - \alpha_0)),$$

hvoraf

$$\alpha' - \alpha - (\alpha'_0 - \alpha_0) = \frac{\alpha_R}{\alpha'_R} (\alpha'_2 - \alpha_2 - (\alpha'_0 - \alpha_0)).$$

Af denne Ligning ses, at naar Vægtens Følsomhed forandrer sig, reduceres de ved den nye Følsomhed foretagne Vejninger til samme Følsomhed som tidligere α : til samme Vægtenhed som før, ved at man multiplicerer Udslagene med Forholdet mellem den tidligere og den nye Følsomhed.

Der foretoges 2 af hinanden uafhængige Undersøgelserækker af Lodderne 1 mg — 500 g. Den første af disse, der havde en rent foreløbig Karakter, udførtes i Maj 1910, og ved denne indførtes, da det andet Lod af Vægt 500 g paa dette Tidspunkt ikke var modtaget, et 500 g Lod af Messing, hvis Rumfang ikke var ganske nøjagtig bestemt. Ved Beregningen benyttedes endvidere den i det internationale Bureau i Sèvres i 1896 fundne Værdi for Kilogramkopiens Vægt.

Den endelige Undersøgelse foretoges i Tiden fra December 1910 til Februar 1911. Vejningerne paa Bunges Vægt foregik paa følgende Maade: Først bestemtes Ligevægtsstillingen af den ubelastede Vægt ved en Dobbeltvejning, hvorefter de Lodder, der skulde sammenlignes, lagdes paa Skaalene. Efter Henstand i mindst en halv Time udførtes en Dobbeltvejning, og efter fornyet Henstand foretoges endnu 2 Dobbeltvejninger, uden at Vægtskabet i Mellemtiden havde været aabnet. Derpaa toges Lodderne ud efter 3. Dobbeltvejning, og efter Henstand i mindst $\frac{1}{2}$ Time bestemtes paany Vægtens Ligevægtsstilling uden Belastning.

Til Belysning af Fremgangsmaaden anføres følgende Exempel hidrørende fra den Dag — 8. Dec. 1910 — da den endelige Undersøgelse paabegyndtes. Ved Angivelserne højre og venstre Skaal forudsættes Haandtaget under Vægtskabet altid drejet til venstre.

Belastning paa venstre Skaal 0
— - højre — 0

Haandtag til venstre			Haandtag til højre		
Udslag til		Middel	Udslag til		Middel
venstre	højre		venstre	højre	
0,99			1,11		
	1,32	— 0,345		1,10	0,000
96		350	09		000
	30	355		08	005
93		355	08		015
	27	350		05	015
91			05		
Middel — 0,351			Middel 0,007		

Haandtag til venstre			Haandtag til højre		
Udslag til		Middel	Udslag til		Middel
venstre	højre		venstre	højre	
0,18			0,58		
	0,51	- 0,330		0,55	0,025
18		330	57		025
	51	335		54	020
17		335	55		020
	50	335		52	025
16			54		
		Middel - 0,333			Middel 0,023

Første Enkeltvejning giver Ligevægtsstilling: $\frac{0,007 - (-0,351)}{2} = 0,179.$

Anden — — — $\frac{0,023 - (-0,333)}{2} = 0,178.$

Middel: 0,178.

Belastning paa venstre Skaal 1 mg.

— - højre — 0 mg.			— - højre — 0 mg.		
Udslag til		Middel	Udslag til		Middel
venstre	højre		venstre	højre	
0,53			1,23		
	1,83	- 1,310		0,25	0,975
51		310	22		980
	81	310		23	980
49		305	20		975
	78	305		22	975
46			19		
		Middel - 1,308			Middel 0,977
0,18			0,93		
	1,49	- 1,320		- 0,04	0,970
16		320	93		975
	47	325		05	975
13		330	92		970
	45	330		05	965
11			91		
		Middel - 1,325			Middel 0,971

Første Enkeltvejning giver Ligevægtsstilling: $\frac{1}{2} (0,977 - (-1,308)) = 1,142.$

Anden — — — $\frac{1}{2} (0,971 - (-1,325)) = 1,148.$

Middel: 1,145.

Ved anden Dobbeltvejning fandtes:

- tredje — — — 1,141.

- — — — 1,141.

Belastning paa venstre Skaal 0.

— - højre — 0.

Haandtag til venstre			Haandtag til højre		
Udslag til		Middel	Udslag til		Middel
venstre	højre		venstre	højre	
0,19			0,45		
	0,51	— 0,325		0,42	0,025
18		330	44		025
	51	335		41	025
17		335	43		025
	50	330		40	030
17			43		
		Middel — 0,331			Middel 0,026
0,76			0,71		
	1,09	— 0,345		0,71	— 0,010
73		345	69		015
	06	340		70	015
71		340	68		010
	04	340		68	005
69			67		
		Middel — 0,342			Middel — 0,011

Første Enkeltvejning giver Ligevægtsstilling: $\frac{1}{2} (0,026 - (-0,331)) = 0,178.$

Anden — — — $\frac{1}{2} (-0,011 - (-0,342)) = 0,165.$

Middel: 0,172.

Man faar da som Middeltal af Ligevægtsstillingerne ved Belastning 1 mg — 0: $\frac{1}{3} (1,145 + 1,141 + 1,141) = 1,142$ og som Middeltal af Ligevægtsstillingerne uden Belastning før og efter disse Vejninger: $\frac{1}{2} (0,178 + 0,172) = 0,175.$

Ved Indsættelse i den ovenfor modificerede Formel faas da:

$$1 \text{ mg} = \frac{R}{a_R} (1,142 - 0,175) = \frac{R}{a_R} \cdot 0,967.$$

Ved de to ovenfor anførte Bestemmelser af den ubelastede Vægts Ligevægtsstilling foretoges tillige ved hver af disse en Dobbeltvejning til Bestemmelse af det Udslag, der fremkaldes af Rytteren, naar den anbringes henholdsvis paa Mærkerne 3 og 7 paa Rytterlinealen. Middeltallet af disse to Værdier gav $a_R = 1,010$, og den samme Bestemmelse foretaget efter 3. Dobbeltvejning med Belastning 1 mg — 0 gav samme Værdi 1,010.

I Stedet for at indføre denne Værdi og Rytterens Vægt i Ligningen $1 \text{ mg} = \frac{R}{a_R} \cdot 0,967$ sattes imidlertid i Regningerne $1 \text{ mg} = 0,967$, hvilket altsaa vil sige, at den foreløbige Enhed for Vægt er den, der giver Udslaget 1 paa Skalaen, naar Vægtens Følsomhed er en saadan, at Rytteren giver Udslaget 1,010.

Derved opnaar man nemlig, da Vægtens Følsomhed \propto Udslaget for Rytteren holdt sig meget nær konstant omkring 1 ved alle Vejninger indtil 100 g, at

de observerede Udslag, naar disse er smaa, strax udtrykker Differensen mellem Belastningen paa venstre og højre Skaal maalt i ovennævnte Enhed. Ved større Værdier for Differensen mellem Lodderne tages der Hensyn til Forandringen i Følsomhed ved at multiplicere det observerede Udslag med Brøken $\frac{1,010}{\alpha'_R}$, hvor α'_R er den nye Værdi for Udslaget for Rytteren.

Denne Korrektion beløb sig ikke til mere end nogle faa Tusindedele før ved Vejningerne med Belastning 200 g, ved hvilke Følsomheden aftog til henved 0,9.

Efter den ovenfor gengivne Bestemmelse af Vægtens Nulstilling belastedes den med 2 mg paa venstre, 1 mg paa højre Skaal; med denne Belastning udførtes som før 3 Dobbeltvejninger og derpaa Nulstillingsbestemmelse som ovenfor. Derefter belastes med 2° mg paa venstre, 1 mg paa højre Skaal, og de samme Vejninger foretages. Derpaa foretages en indbyrdes Sammenligning mellem de to 2 mg, idet 2 mg anbringes paa venstre, 2° mg paa højre Skaal. Endelig belastes venstre Skaal med 5 mg og højre med 1 + 2 + 2° mg.

Derefter fortsættes med Sammenligningerne

$$\begin{aligned} 10 \text{ mg} & - 5 + 2 + 2^\circ + 1 \text{ mg} \\ 20 \text{ mg} & - 10 + S 10 \text{ mg} \\ 20^\circ \text{ mg} & - 10 + S 10 \text{ mg} \\ 20 \text{ mg} & - 20^\circ \text{ mg} \\ 50 \text{ mg} & - 20 + 20^\circ + 10 \text{ mg} \\ 100 \text{ mg} & - S 100 \text{ mg} \\ 200 \text{ mg} & - 100 \text{ mg} + S 100 \text{ mg} \\ & \text{o. s. v.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sættes} \quad & 1 \text{ mg} = x \\ & 2 \text{ mg} = y \\ & 2^\circ \text{ mg} = z \\ & 5 \text{ mg} = u \end{aligned}$$

giver Sammenligningerne mellem disse Lodder Ligningerne:

$$\begin{aligned} x & = 0,967 \\ -x + y & = 0,991 \\ -x + z & = 0,981 \\ +y - z & = 0,012 \\ -x - y - z + u & = -0,018 \end{aligned}$$

hvoraf beregnes de udjævnede Værdier

$$\begin{aligned} x & = 0,967 \\ y & = 1,959 \\ z & = 1,947 \\ u & = 4,855 \end{aligned}$$

Summen af disse, $S10 \text{ mg} = 9,728$ indsættes derpaa i det næste System af Sammenligninger $10-50 \text{ mg}$ og saaledes videre, saa at alle følgende paa Bunges Vægt vejede Lodder udtrykkes ved Milligrammets Vægt $0,967$.

Ved Overgangen til Collots Vægt fremkommer en Vanskelighed derved, at Rytteren her har en anden Vægt end Bunges Rytter. Kaldes Vægten af Collots Rytter $r \text{ mg}$ og Udslaget for denne paa Collots Vægt ved Belastning 200 g a_r , haves, naar Sammenligningen mellem 200 g og 200° g har givet Differensen a udtrykt i Maalestokkens Enheder (se ovenfor under Kopiens Undersøgelse S. 11), Vægtforskellen $200 \text{ g} - 200^\circ \text{ g} = a \cdot \frac{r}{a_r} \text{ mg}$. Denne Vægtforskellen i Milligram henføres imidlertid til den hidtil benyttede Enhed, i hvilken Milligramloddets Vægt er $0,967$, ved at multipliceres med Forholdet $\frac{0,967}{1,007}$, der er det Udslag, et rigtigt Milligram vilde give paa Bunges Vægt, idet Nævneren $1,007$ er den ved den foreløbige Bestemmelse af Hovednormalerne fundne Værdi for Milligrammets Vægt, hvilken Værdi genfandtes uforandret ved den endelige Bestemmelse.

Paa samme Maade multipliceres Udslagene ved Vejningerne med Belastning 500 g med Faktoren $\frac{r}{a_r} \cdot \frac{0,967}{1,007}$, hvor Vægten af Collots Rytter $r = 1,025 \text{ mg}$, og udtrykkes derved i den samme Enhed som de ved Vejningerne paa Bunges Vægt fundne Differenser.

Ved Sammenligningen mellem Kopien og $500 + 500^\circ \text{ g}$ udtryktes Udslagene a derimod i Milligram ved Multiplikation med Faktoren $\frac{1,025}{a_r}$. Der foretoges 18 Serier Sammenligninger mellem Kopien og $500 + 500^\circ \text{ g}$ efter ganske samme Fremgangsmaade som ovenfor beskrevet for Kopiens Vedkommende. Derved erholdtes 18 Observationsligninger af Formen:

$$S1\text{kg}C + p - O_c = K - O_K + a \cdot \frac{1,025}{a_r},$$

hvor $S1\text{kg}C$ betegner Summen af de to 500 g -Lodder, p Vægten af de til Etablering af Ligevægt nødvendige Milligramlodder ($74-76 \text{ mg}$) og O_c og O_K Opdriften paa henholdsvis Collots Lodder og Kopien.

Samles de bekendte Led paa højre Side faas:

$$S1\text{kg}C = K - p + O_{c-K} + a \cdot \frac{1,025}{a_r},$$

hvor $O_{c-K} = O_c - O_K$.

Som Middelværdi af samtlige 18 Observationsligninger fandtes:

$$S1\text{kg}C = K + 3,437 \text{ mg} \pm 0,014 \text{ mg},$$

hvor sidste Led er Middelfejlen paa Middeltallet $3,437$, idet den af hver Serie fremgaaede Værdi er betragtet som en Enkeltiagttagelse.

Ved Indførelse af den ovenfor S. 15 anførte Værdi for Kopien $K = 1 \text{ kg} - 3,112 \text{ mg}$ faas

$$S1\text{kg}C = 1 \text{ kg} + 0,325 \text{ mg}.$$

Før ovenstaaende Reduktion til lufttomt Rum af Sammenligningen mellem Kopien og Collots Lodder saavel som af Sammenligningen mellem 1 g og 1000 mg af Platinblik kunde foretages, maatte Rumfanget af Collots Lodder bestemmes ved en hydrostatisk Vejning.

Til denne Bestemmelse forelaa der en Cylinder af samme Legering som Lodderne og leveret samtidig med disse. Denne Cylinder vejedes paa Bunges Vægt, og for Vægten i Luften fandtes Værdien 153,6054 g.

Vejningen af Cylinderen nedsænket i Vand foregik som tidligere nævnt ved Hjælp af en af Jünger konstrueret ældre Vægt. Under dennes højre Skaal ophængtes i en fin Messingtraad en stibøjleformet Messingskaal med Udkæring i Bunden, og en stor Glasbeholder med Vand anbragtes saaledes, at Skaalen og omtrent 2 cm af Messingtraaden var nedsænket i Vandet. Derpaa sattes Cylinderen af bronze blanc paa højre Vægtskaal og aftareredes med Vægtlodder paa venstre.

Derefter foretages en Vejning, og Temperaturen i Vægtskabet, Barometerstand og Vandbadets Temperatur aflæstes, hvorpaa Cylinderen blev flyttet ned paa den i Vandet hængende Skaal, og man lagde bekendte Vægtlodder paa højre Skaal, indtil Ligevægtsstillingen omtrent var den samme som før, og de samme Aflæsninger som før udførtes.

Efter denne Vejning toges Cylinderen op af Vandet, aftørredes og anbragtes atter paa højre Skaal; en ny Vejning gav samme Ligevægtsstilling som den første, hvorefter følger, at Opdriften paa Ophængningen er uforandret som under den første Vejning, hvad der forøvrigt ogsaa fremgik af, at Vandets Temperatur kun varierede lidt under Forsøget.

Kaldes Vægten af Lodderne paa venstre Skaal (omtrent 204 g) L , paa højre Skaal, mens Cylinderen er nedsænket i Vand, p , er endvidere Vægten af Ophængningen H , og C og C_v Vægten af Cylinderen henholdsvis i det tomme Rum og nedsænket i Vand, faas for Vejningen med Cylinderen i Luften, naar O betegner Opdriften:

$$L - O_L = C - O_C + H.$$

Vejningen med Cylinderen i Vand giver Ligningen:

$$L - O_L = p - O_p + C_v + H.$$

Ved Subtraktion af disse to Ligninger faas Vægttabet i Vand:

$$C - C_v = p + O_C - O_p.$$

Ved Forsøget fandtes $p = 17,3111$ g, og sættes som første Tilnærmelse for at bestemme O_C Cylinderens Volumen lig $17,3$ cm³, medens Rumfanget af Lodderne p er $2,0$ cm³, faas $O_C - O_p = 18,1$ mg, hvorefter

$$C - C_v = 17,3111 + 0,0181 = 17,3292 \text{ g.}$$

Da Volumenet af 1 g Vand ved Forsøgetemperaturen $18,10^\circ$ er $1,001399$, faas Cylinderens Rumfang ved Temperaturen $18,1^\circ$ lig $17,3534$ cm³.

Som ovenfor anført fandtes 153,6054 g for Cylinderens Vægt i Luften vejet med Messinglodder. Reduceres Vejningen til lufttomt Rum faas Vægten

$$C = 153,6044 \text{ g.}$$

Man faar da Vægtfylden af denne Legering

$$f = \frac{153,6044}{17,3534} = 8,8516$$

og Rumfanget af et Kilogram bronze blanc ved 18,1° er $1000 \cdot \frac{17,3534}{153,6044} = 112,974 \text{ cm}^3$.

Vi fandt ovenfor Vægten af $500 + 500^\circ \text{ g}$ lig $1 \text{ kg} + 0,325 \text{ mg} = 1000000,325 \text{ mg}$; Summen af de samme to Lodder udtrykt i den for alle de foregaaende Lodder anvendte Enhed fandtes derimod at være $960483,414 \cdot \frac{R}{a_R}$, og man har da:

$$\frac{R}{a_R} = \frac{1000000,325}{960483,414} = 1,041142731.$$

Multipliceres alle de fundne Værdier for Lodderne fra 1 mg til 500 g med denne Faktor, faas Vægten af alle Lodderne udtrykt i Milligram.

Værdierne for Messinglodderne fra 1 kg til 20 kg blev for de to 1 kg-Lodders Vedkommende bestemte ved Sammenligning med Kopien paa Collots Vægt, og ved Benyttelse af et Hjælpelod paa 1 kg bestemtes Værdien af de følgende Lodder ved Sammenligning med disse. Ved Vejningen af 2 kg benyttedes den ovenfor omtalte ældre Vægt af Jüngers Tilvirkning, ved 5 kg og de følgende anvendtes Hase-manns Vægt.

I den kgl. Anordning af 16. Sept. 1910 blev det bestemt, at der to Aar efter den første Sammenligning mellem Rigsprototyperne og deres Kopier skulde finde en fornyet Sammenligning Sted. Denne Bestemmelse skete for Kilogramkopiens Vedkommende Fyldest i Maj og Juni 1913, og Fremgangsmaaden var ganske den samme som tidligere beskrevet.

Som Middelværdi af 24 Serier Sammenligninger fandtes for Kopiens Vægt

$$\text{i 1913: } K = 1 \text{ kg} - 3,119 \text{ mg} \pm 0,010 \text{ mg.}$$

Denne Værdi stemmer særdeles godt med de tidligere fundne Værdier, nemlig:

$$\text{i 1911: } 1 \text{ kg} - 3,112 \text{ mg} \pm 0,007 \text{ mg.}$$

$$\text{i 1896: } 1 \text{ kg} - 3,090 \text{ mg.}$$

Kilogramkopiens Vægt synes dog, som man ser af disse Værdier, at være aftaget lidt siden 1896, men Forandringen beløber sig næppe nok til 0,03 mg.

Efter denne Nybestemmelse af Kopiens Vægt blev der i Tidsrummet Juli til September 1913 foretaget en ny Undersøgelse af Hovednormalerne for Vægtlodder. Ogsaa denne blev foretaget paa samme Maade som tidligere beskrevet, og den sidst fundne Værdi for Kopien blev lagt til Grund ved Beregningerne. Det skal dog bemærkes, at Værdierne for 1, 2 og 2° mg blev bestemte paa Nernst's Mikrovægt ved Sammenligning med det tidligere nævnte i det internationale Bureau verificerede 2 mg.

De af samtlige Undersøgelser fremgaaede Værdier for Hovednormalerne er opførte i nedenstaaende Tabel.

Lod	Vægt		
	I	II	III
1 mg	1 mg + 0,007 mg	1 mg + 0,007 mg	1 mg + 0,003 mg
2° -	2 - + 0,025 -	{ 2 - + 0,027 - (2 - + 0,025) -	2 - + 0,023 -
2 -	2 - + 0,045 -	{ 2 - + 0,039 - (2 - + 0,046) -	2 - + 0,044 -
5 -	5 - + 0,055 -	5 - + 0,055 -	5 - + 0,047 -
10° -	10 - + 0,038 -	10 - + 0,037 -	10 - + 0,036 -
10 -	10 - - 0,003 -	10 - - 0,005 -	10 - - 0,005 -
20° -	20 - + 0,001 -	20 - - 0,002 -	20 - - 0,001 -
20 -	20 - + 0,048 -	20 - + 0,049 -	20 - + 0,047 -
50 -	50 - - 0,035 -	50 - - 0,030 -	50 - - 0,033 -
100 -	100 - + 0,026 -	100 - + 0,022 -	100 - + 0,011 -
200° -	200 - + 0,003 -	200 - + 0,014 -	200 - + 0,012 -
200 -	200 - ± 0,000 -	200 - - 0,001 -	200 - + 0,003 -
500 -	500 - - 0,038 -	500 - - 0,046 -	500 - - 0,041 -
1° g	1 g + 0,068 -	1 g + 0,068 -	1 g + 0,076 -
1 -	1 - - 0,231 -	1 - - 0,224 -	1 - - 0,231 -
2° -	2 - - 0,127 -	2 - - 0,135 -	2 - - 0,130 -
2 -	2 - - 0,080 -	2 - - 0,075 -	2 - - 0,070 -
5 -	5 - + 0,041 -	5 - + 0,045 -	5 - + 0,049 -
10 -	10 - + 0,284 -	10 - + 0,287 -	10 - + 0,294 -
20° -	20 - + 0,121 -	20 - + 0,130 -	20 - + 0,148 -
20 -	20 - + 0,130 -	20 - + 0,145 -	20 - + 0,144 -
50 -	50 - - 0,227 -	50 - - 0,218 -	50 - - 0,198 -
100 -	100 - + 0,185 -	100 - + 0,227 -	100 - + 0,235 -
200° -	200 - + 0,276 -	200 - + 0,282 -	200 - + 0,237 -
200 -	200 - - 0,227 -	200 - - 0,263 -	200 - - 0,208 -
500 -	500 - - 0,239 -	500 - - 0,133 -	500 - - 0,119 -
500° -		500 - + 0,458 -	500 - + 0,553 -
1° kg	1 kg + 2,86 -		1 kg + 4,42 -
1 -	1 - + 17,64 -		
2 -	2 - - 15,9 -		2 - - 6,8 -
5 -	{ 5 - - 42,3 - (5 - - 33,5) -		5 - - 36,3 -
10 -	10 - + 30,6 -		10 - + 40,6 -
20° -	20 - - 58,8 -		20 - - 47,9 -
20 -	20 - + 69,8 -		20 - + 66,5 -

Kolonne I giver de foreløbige Værdier, bestemte i April til Maj 1910, Kolonne II de endelige Værdier, fundne i Decbr. 1910 til Februar 1911 og Kolonne III de Værdier, der fremgik af den fornyede Undersøgelse i Juli til Septbr. 1913. I Kolonne II er endvidere i Parentes opført de Værdier for 2 og 2° mg, som fandtes i Novbr. 1911 ved Sammenligning med ovennævnte verificerede 2-mg paa Nernst's Mikrovægt, og i I Resultatet af en i Efteraaret 1912 foretagen Nybestemmelse af Vægten af 5-Kilogrammet, efter at det i nogen Tid havde staaet under en Glasklokke, medens Kassen, hvori Lodderne opbevaredes, underkastedes et Eftersyn. Under denne Henstand var 5 kg-Loddet ved et Uheld blevet mørkt paa Overfladen, antagelig ved en Iltningproces, og den nye Bestemmelse viser, at dets Vægt herved var blevet forøget med omtrent 9 mg.

Iøvrigt viser en Sammenligning af Værdierne I og II, at den foreløbige Bestemmelse af Loddernes Vægt har givet tilfredsstillende Værdier for de fleste af disse. Først ved 100 g beløber Afvigelsen fra de endelige Værdier sig til 0,04 mg, og ved 500 g forekommer en særlig stor Afvigelse, nemlig omtrent 0,1 mg. Grunden til denne betydelige Forskel maa muligvis søges i, at der ved den foreløbige Bestemmelse maatte benyttes et Hjælpeod af Messing paa 500 g ved Overgangen til Kopien.

Det havde været Hensigten ved denne Overgang at benytte Lodderne 100, 200 og 200° g sammen med 500 g, men dette viste sig umuligt, da 100 g-Loddet var for lille til at kunne anbringes paa Collot-Vægtens ristformede Vægtskaal. Det nævnte Messinglods Rumfang har rimeligvis været saa meget forskelligt fra den Værdi, der blev benyttet ved Beregningen af Opdriften, at Uoverensstemmelsen er fremkommet derved. Det er dog ikke udelukket, at Uoverensstemmelsen skyldes en virkelig Vægtforøgelse; Loddet 500° g, der var modtaget fra Collot umiddelbart før Vejningen i 1911, er saaledes bleven forøget med omtrent 0,1 mg i Tidsrummet fra 1911 og indtil Bestemmelsen i 1913 blev foretaget.

II. Længdemaalingerne.

1. Maalestokke og Maaleredskaber.

Opgaven for Længdemaalingerne var at finde Afstanden ved en kendt Temperatur mellem Endestregene for hver af de nedenfor omtalte to Maalestokke: Prototypens Kopi og dens Hovednormal, udtrykt i den internationale Meterprototyps Længde ved 0° C. som Enhed, samt at finde de samme Maalestokkes Længders Afhængighed af Temperaturen og i fornøden Udstrækning at undersøge deres Underafdelinger.

Den danske Meterprototyp er dannet af den saakaldte franske Legering af Platin og Iridium af 1874. I Forbindelse med hver af de to Streger, som giver Meterens Længde, findes der to Hjælpestreger, en paa hver Side af Hovedstregen og

i Afstand 20μ derfra.* Den bærer den indgraverede Paaskrift: Nr. 3 Alliage de 1874. De to Maalestokke er:

- en H Meter af Bronze, der betegnes som Meterprototypens Kopi, og
- en H Meter af Nikkel-Jærn (42 pCt. Ni), der betegnes som Hovednormal; begge Maalestokke er inddelte i mm, og ved hver Ende findes en mm inddelt i $\frac{1}{10}$ mm.

Ved Sammenligning med den sidst nævnte Maalestok er endvidere en Halvmeter af Nikkel-Jærn og en Decimeter af Invar blevet undersøgte. Halvmeteren hører til en Følemaalskomparator, som findes i den polytekniske Læreanstalts fysiske Laboratorium.

Alle Maalestokkene er leverede af Société Genevoise pour la Construction d'Instruments de Physique et Mécanique.

Til Undersøgelse af Endestregernes Afstand er en Transversalkomparator fra Société Genevoise benyttet; den findes beskrevet og afbildet i K. PRYTZ: Hovedtrækkene af de vigtigste fysiske Maalemetoder. Ved Sammenligning af Underafdelingerne blev brugt en af Mekaniker A. Gregersen konstrueret Delemaskine, som ved Tilføjelse af to Mikroskoper og af en ved Skruen forskydelig Skinne til Underlag for Maalestokkene er bleven omdannet til en Longitudinalkomparator. Ingen af de to Komparatorer er indrettet til Maalestokkens Anbringelse i Vandbad.

Udvidelseskoefficienten for Bronzemeteren bestemtes ved Fizeau's paa Lysinterferens grundede Metode. Ni-Fe-Meterens Udvidelseskoefficient blev funden ved Sammenligning af dens Længder ved forskellige Temperaturer med Prototypens eller Bronzemeterens Længder ved de samme Temperaturer. Sammenligningen foretoges dels paa Transversalkomparatoren, idet der blev arbejdet ved omtrent 13° og ved omtrent 26° i Lokalet, dels ved en særlig Fremgangsmaade, der er grundet paa Anvendelsen af et Mikroskop, indrettet til Indstilling paa en spejlende Flade ved optisk Kontakt.¹⁾ De to Maalestokke blev i sidstnævnte Tilfælde anbragte paa følgende Maade: 3 Skinner af Messing, noget over en Meter lange, blev samlede til et Stel saaledes, at Stellets Tværsnit fik H-Form. I de to herved fremkomne Rum blev de to Maalestokke l og L i Fig. 2 indbragte, støttede forneden af polerede, svagt udbuede Knaster af Metal og fra to Sider af bløde Fjedre. Den af de to Knaster, der bar den korteste af de to Maalestokke, blev højnet ved Indskud p af Messingplader saa meget, at Maalestokkens øverste Endeflade kom til at ligge nogle faa mm lavere end den andens. Paa den førstes Endeflade blev der fastkittet et lille Planspejl S_2 . Paa den andens Endeflade blev der fastkittet en Glasplade, der naaede hen over S_2 ; her havde Pladen en Udskæring, saa at den fik Gaffelform; til de to Grene blev der kittet et Mikroskopdækglas S_1 , der var halvforsølvet; S_1

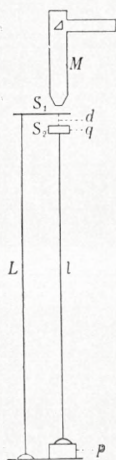


Fig. 2.

¹⁾ K. PRYTZ: Overs. o. d. kgl. danske Vidensk. Selskabs Forhdl. 1905 S. 17 og Annalen der Physik Bd. 16, 1905 S. 537.

kom saaledes til at ligge 1—2 mm over S_2 . Det var ved Iagttagelse af Afstanden mellem S_1 og S_2 ved forskellige Temperaturer af Maalestokkene, at Forskellen i disses Udvidelser blev maalt. I et til Stellet fæstet Hoved blev i den Hensigt Mikroskopet M med den optiske Kontaktindretning anbragt. Det hele blev nedsat i et Vandbad, hvor Vandet naaede op til omtrent 1 cm under de to Spejle; Vandet blev omrørt ved en op- og nedadgaaende Rører.

Der blev arbejdet med en Temperatur i Nærheden af 0° , ved Stuetemperatur og ved noget over 30° C. Den første Temperatur blev tilvejebragt ved at føre koldt Vand til Bunden af det varmeisolerede Badekar og føre det bort foroven. Vandet blev afkølet ved fra Vandhanen at føres gennem Is. Den højere Temperatur blev holdt konstant ved en elektrisk Strøm i en paa et mere end meterlangt Glasrør opviklet Konstantantraad; Traaden blev isoleret fra Vandet, ved at hele Glasrøret med samt Traadvindingerne blev overtrukket med Marinelim. Under Opvarmningsforsøget blev Stuetemperaturen sat op til omtrent 26° .

Temperaturen blev bestemt ved 3 i $1/10^\circ$ inddelte Termometre; de blev anbragte i Kautsjukpropper i Huller i Karvæggen, det ene tæt ved Bunden, det andet midtvejs i Karret. Det tredje Termometer blev anbragt fra oven i Vandet.

Mikroskopet kunde ved Drejning om sin Akse løftes eller sænkes, idet en Del af Røret var skrueskaaren til en Præcisionsskrue med $1/2$ mm Stigning. Drejningerne kunde aflæses paa en hundrededelt Tromle med en Nonius, der gav $1/20$ af Tromledelene, altsaa $1/4 \mu$. Objektivet var Zeiss' Achromat B, Okularet Zeiss' Kompensationsokular 18.

Iagttagelserne blev udførte saaledes, at Mikroskopet, efter at den ønskede Temperatur t_1 var naaet, først blev indstillet paa f. Eks. det øverste Spejls halvgennem-sigtige Søvlag, og Mikroskopets Stilling blev aflæst; dette blev udført 3 Gange. Derpaa blev Mikroskopet sænket til Indstilling paa Spejlet S_2 . Efter 3 Iagttagelser der fik man et Maal for Afstanden d_1 mellem Spejlene, svarende til Temperaturen t_1 . Efter at en anden Temperatur t_2 var bleven tilvejebragt, foretoges de samme Indstillinger, hvorved den til t_2 svarende Afstand d_2 blev funden. $d_2 - d_1$ vil efter Anbringelse af de fornødne Korrektioner give den til Temperaturforandringen $t_2 - t_1$ svarende Forskel i de to Maalestokkes Længdeforandring.

En Iagttagelsesrække til Bestemmelse af sammenhørende Værdier af d og t dannedes af 4 Temperaturmaalinger, hver bestaaende i Aflæsning af alle 3 Termometre, og imellem Temperaturmaalingerne 3 Iagttagelser af Afstandene mellem Spejlene.

Beregningen af Iagttagelserne sker paa følgende Maade: $a = A + \alpha t$ og $b = B + \beta t$ er Udvidelseskoefficienterne henholdsvis for Ni-Fe-Maalestokken og for Sammenligningsmaalestokken. Ni-Fe-Maalestokkens Længde regnet fra den ene Endeflade til den anden er L , den anden Maalestoks Længde l ; idet p er Tykkelsen af Messingindskuddet under l , og idet q er Tykkelsen af Spejlet S_2 (Glas), samt d Afstanden mellem de to spejlende Flader, har man ved Temperaturen t_1

$$L_0 (1 + (A + \alpha t_1)t_1) = l_0 (1 + (B + \beta t_1)t_1) + p_0 (1 + m t_1) + q_0 (1 + g t_1) + d_1;$$

m er Messings og g Glassets Udvidelseskoefficient, t_1 Forsøgstemperaturen.

Dannes det tilsvarende Udtryk for en højere Forsøgstemperatur t_2 , faar man efter Subtraktion, og idet $L_0 = l_0 + p_0 + q_0 + d_0$

$$A + a(t_1 + t_2) = B + \beta(t_1 + t_2) + \frac{p_0}{L_0} (m - b) + \frac{q_0}{L_0} (g - b) - \frac{d_0}{L_0} b + \frac{d_2 - d_1}{L_0 (t_2 - t_1)}.$$

Her er de tre mellemste Led paa højre Side smaa Korrektionsled, hvor man kan regne med en Middelværdi af Koefficienten b . Idet a er bekendt fra Guillaume's Undersøgelser over Ni-Fe-Legeringerne, giver den ovenstaaende Ligning Konstanten A .

2. Udførelse af Længdemaalingerne.

Ved Udmaalingen af Meterkopiens totale Længde benyttedes, som ovenfor nævnt, Laboratoriets Transversalkomparator. Maalestokkene anbragtes paa Komparatorens Borde, hvilende paa 2 omtrent 0,3 mm tykke Papirstrimler, der laa symmetrisk paa begge Sider af Midten af Maalestocken og i indbyrdes Afstand 58 cm.

Paa hver Maalestock blev der lagt et i $1/10^\circ$ delt Termometer i den af Sidestykkerne dannede Rende, og begge Maalestocke med Underlag blev omgivne med en Cylinder af svært Nikkelpapir, hvori fandtes Udskæringer, der tillod Aflæsning af Termometrene; disse Udskæringer dækkedes mellem Termometeraflæsningerne af et Stykke løst Nikkelpapir.

Komparatorens venstre Mikroskop var forsynet med Okularmikrometer, højre Mikroskop med Objektivmikrometer.

Belysningen af Maalestockens Endestreger foregik ved Hjælp af 2 Lysledere, dannede af vandret liggende koniske Glasstænger, der ved den smalle, under Objektivet anbragte Ende var bøjede nedad mod Maalestockens Inddelinger. Lyset fra to Glødelamper, anbragte i en Afstand af 130 cm fra Mikroskoperne, blev af 2 Linser samlet paa Lysledernes bageste Endeflade. Venstre Lysleder var fast anbragt paa de to Støtter, der bærer det med Okularmikrometer forsynede og derfor under Maalingerne fastsiddende venstre Mikroskop, medens den højre maatte fastgøres paa selve Mikroskopet, da Komparatorens højre Mikroskop er forsynet med Objektivmikrometer og derfor flyttes under Maalingerne; anbragt saaledes følger Lyslederen Mikroskopets Bevægelser, saa at Lyset, der sendes ned paa Maalestocken og tilbagekastes fra denne, stadig har samme Retning i Forhold til Mikroskopet.

Flere Gange under Maalingernes Udførelse blev der foretaget Bestemmelser af Mikrometrenes Værdier. Da der ikke paa det Tidspunkt, da Maalingerne udførtes, havde en bekendt Millimeter til Disposition, benyttedes som saadanne de to i Tiendedele delte Millimetre ved hver Ende af nedennævnte Nikkel-Staal-meter og en i Tiendedele delt Millimeter paa en Decimeter af Invar. Disse Millimetres Længder fandtes senere paa Ni-Fe-Meteren lig 1 mm — 0,7 μ og 1 mm — 2,6 μ og paa Invar-decimeteren lig 1 mm — 0,7 μ og 1 mm — 1,0 μ ¹⁾. Som Middelværdier for en Tromleinddeling fandtes:

¹⁾ Prototypens Hjælpstreger kunde paa Grund af deres ringe Afstand, 20 μ , fra Hovedstregen ikke bruges til denne Bestemmelse.

for Okularmikrometret: $1^d = 0,5 \mu + 0,0075 \mu$

for Objektivmikrometret: $1^d = 5 \mu + 0,0125 \mu$.

Fremgangsmaaden ved Sammenligningen mellem Prototypen og Kopien (Bronzemetren, betegnet *SIP No. 48*) var følgende: Først anbragtes Prototypen paa Komparatorens bageste Bord, Kopien paa forreste; Termometrene aflæstes, der foretoges 3—4 Indstillinger paa Prototypens Endestreger, Middeltallet af Indstillingerne paa hver af disse noteredes, og derefter førtes Kopien hen under Mikroskoperne, og de samme Indstillinger foretoges; derpaa førtes Vognen, som bærer de to Maalestokke, tilbage, og Prototypens Endestreger aflæstes paany. Paa denne Maade fortsattes, indtil der var foretaget 9 Udmaalinger af Prototypen og 8 af Kopien.

Temperaturen steg som Regel under Maalingerne; dog var denne Stigning nogenlunde proportional med Tiden, saaledes at man af de under ovennævnte Observationsserie med omtrent samme Tidsinterval foretagne 5 Aflæsninger af Termometrene kunde interpolere til Temperaturen i et givet Øjeblik.

Naar den første Serie Maalinger er afsluttet, vendes Kopien om, medens Prototypens Stilling forbliver uforandret, og en ny Serie Maalinger tages efter samme Skema som før. Derpaa ombyttes Maalestokkene, saaledes at Prototypen kommer til at ligge paa forreste Bord; samtidig vendes den om, medens Kopien lægges paa bageste Bord i samme Stilling som i anden Serie, og en tredje Serie Maalinger udføres. Kopien vendes derpaa om, medens Prototypen lades uforandret, hvorefter der tages en fjerde Serie Maalinger med samme Antal Iagttagelser som før.

Hver af disse Serier behandles for sig, og de enkelte Maalinger reduceres til en Temperatur omtrent lig Middeltemperaturen for hver Serie. Maalingerne giver da, idet Prototypens Længde betegnes ved P , Kopiens ved B , og idet alle Længder ligesom i det følgende er udtrykte i Mikron, hvor andet ikke er anført:

Serie Nr.	Temperatur t°	$B_t - P_t$	Korrektion til 16°	$B_{16} - P_{16}$
1	15,25	132,24	+ 7,62	139,86
2	15,70	137,40	+ 3,05	140,45
3	15,70	136,42	+ 3,05	139,47
4	16,10	139,80	- 1,02	138,78

Middel $139,64 \pm 0,35$.

Betragtes hver af Differenserne $B_{16} - P_{16}$ i Serierne 1—4 som Enkeltiagttagelser, bliver Middelfejlen for disse $\pm 0,70 \mu$, medens Middelfejlen paa Middeltallet 139,64 bliver $\pm 0,35 \mu$.

Da Længden af Prototypen ved 16° er $1 \text{ m} + 140,94 \mu$, faas

$$B_{16} = 1 \text{ m} + 280,58 \mu.$$

Efter samme Fremgangsmaade foretoges i samme Tidsrum en Sammenligning mellem Prototypen og en H-Meter af Nikkelstaal betegnet *SIP Genève 111, acier nickel*

42 0/0 coulée 1452. Foruden de første 4 Serier toges i November Maaned yderligere 2 Serier med en stærkere Forstørring af højre Mikroskop (Objektivmikrometer).

Resultaterne af disse 6 Serier var, idet N er Længden af Nikkelstaalmeteren, og der iøvrigt anvendes samme Betegnelser som ovenfor:

Serie Nr.	Temperatur t°	$N_t - P_t$	Korrektion til 16°	$N_{16} - P_{16}$
1	15,20	4,70	- 1,29	3,41
2	15,60	4,60	- 0,65	3,95
3	16,40	0,95	+ 0,65	1,60
4	16,90	0,89	+ 1,46	2,35
5	16,00	3,30	0,00	3,30
6	16,30	0,27	+ 0,49	0,76
Middel				$2,56 \pm 0,50$

Da P_{16} er lig $1 \text{ m} + 140,94 \mu$ faas:

$$N_{16} = 1 \text{ m} + 143,50 \mu.$$

Endvidere foretoges i Juni Maaned 1911 en Række Sammenligninger mellem Bronzemeteren og Nikkelstaalmeteren. Der toges 6 Serier, hver omfattende 7 Maalinger af den ene og 6 af den anden Maalestok. Resultatet fremgaar af nedenstaaende Tabel:

Serie Nr.	Temperatur t°	$N_t - B_t$	Korrektion til $17,5^{\circ}$	$B_{17,5} - N_{17,5}$
1	18,30	162,29	- 9,45	152,84
2	18,10	160,30	- 7,09	153,21
3	17,50	154,63	0,00	154,63
4	17,70	157,48	- 2,36	155,12
5	17,30	151,18	+ 2,36	153,54
6	17,50	154,00	0,00	154,00
Middel				$153,89 \pm 0,35$

Som Middelværdi af de 6 Serier faas da: $B_{17,5} - N_{17,5} = 153,89 \mu$, og ved Benyttelsen af de nedenfor anførte Værdier for Udvidelsen af de to Maalestokke faas ved 16° C. :

$$B_{16} - N_{16} = 136,20 \mu.$$

De tre fundne Værdier for B_{16} , N_{16} og $B_{16} - N_{16}$ tillagdes samme Vægt og udjævnedes efter mindste Kvadraters Metode, hvorved fandtes de endelige Værdier:

$$B_{16} = 1 \text{ m} + 280,3 \mu$$

$$N_{16} = 1 \text{ m} + 143,8 \mu.$$

Efter Afslutningen af de nedenfor omtalte Decimeterudmaalinger bestemtes den totale Længde af den førnævnte Halvmeter af Nikkelstaallegering, betegnet *SIP Genève 4*, acier nickel 58 0/0 coulée 2620, hørende til Laboratoriets Følemaalskomparator.

Udmaalingen foretoges ved Sammenligning med de to Halvdele af ovennævnte Nikkelstaalmeter. Kaldes disse henholdsvis N_{0-50} og N_{50-100} og Halvmeterens Længde H , fandtes som Middelværdier af 4 Observationsserier ved de anførte Temperaturer:

	Serie Nr.	Temp. t°	$H - \frac{1}{2} N$	K_{N_0}	U_{N_t}	$H_t - \frac{1}{2} m$	Korr. til 15°	$H_{15} - \frac{1}{2} m$
$H - N_{0-50}$	1	14,61	16,86	14,49	51,86	83,21	2,24	85,45
- -	2	14,97	17,46	14,49	53,13	85,08	0,17	85,25
$H - N_{50-100}$	3	15,20	16,55	15,81	53,94	86,30	- 1,15	85,15
- -	4	15,33	17,49	15,81	54,39	87,69	- 1,90	85,79
								Middel 85,41 μ

Til Forklaring af Betegnelserne i ovenstaaende Tabel skal anføres, at Kolonnen $H - \frac{1}{2} N$ angiver den observerede Længdeforskel ved Middelttemperaturen t , K_{N_0} Fejlen ved 0° paa de i første Kolonne anførte Halvdele af Nikkelstaalmeteren, U_{N_t} Udvidelsen af 50 cm af denne ved Opvarmning fra 0° til t° ; $H_t - \frac{1}{2} m$ lig Summen af disse 3 Størrelser giver da Længden H_t af Halvmeteren ved t° .

Udvidelsen af en Nikkelstaallegering med 57—58 % Nikkel har omtrent samme Værdi som Staalets. For en Legering med 57 % Nikkel har Guillaume¹⁾ fundet $\alpha = 0,0000115$, og benyttes denne Værdi for den foreliggende Maalestok, hvad der er tilladt, da Udvidelsen ved denne Nikkelholdighed kun varierer langsomt med Nikkelprocenten, faas de i Tabellens næstsidste Kolonne opførte Værdier for Reduktionen af Halvmeterens Længde til 15° . I sidste Kolonne er under H_{15} opført de 4 Værdier for Længden ved 15° , der viser en særdeles god Overensstemmelse, hvilket rimeligvis for største Delen er betinget af, at Stregerne paa de to Maalestokke er meget fine og har ganske samme Bredde, hvad der giver lille Indstillingsfejl.

Med Benyttelse af ovenstaaende Værdi for Udvidelsen 0,0000115, faas

$$H_{15} = 50 \text{ cm} + 85,4 \mu$$

$$H_0 = 50 \text{ cm} - 0,8 \mu,$$

hvilken sidste Værdi er benyttet ved Beregningen af Fejlene paa Decimeterstregerne nedenfor.

Ved Hjælp af de i det følgende Afsnit udledte Værdier for de to Maalestokkes Udvidelser reduceres de ovenfor fundne Værdier:

$$B_{16} = 1 \text{ m} + 280,3 \mu$$

$$N_{16} = 1 \text{ m} + 143,8 \mu$$

til 0° C , hvilket giver:

$$B_0 = 1 \text{ m} - 19,1 \mu$$

$$N_0 = 1 \text{ m} + 30,3 \mu.$$

¹⁾ CH. ED. GUILLAUME: Description et étude d'une machine à mesurer. Annexe aux Procès-verbaux des Séances du Comité international des Poids et Mesures, session de 1911 2ième série, tome VI. Paris 1911.

Man har da sluttelig som Ligninger for Prototypen og de to Maalestocke ved Temperaturen t° :

$$\begin{aligned} P_t &= 1 \text{ m} + 2,7 \mu + 8,624 t + 0,00100 t^2 \\ B_t &= 1 \text{ m} - 19,1 \mu + 18,610 t + 0,00648 t^2 \\ N_t &= 1 \text{ m} + 30,3 \mu + 7,150 t - 0,0035 t^2. \end{aligned}$$

Fejlen paa de af disse Ligninger beregnede Værdier angives for Prototypen til $\pm 0,2 \mu$; for de to andres Vedkommende er Fejlen større navnlig paa Grund af Usikkerheden i Udvidelsesbestemmelserne, men ved Stuetemperatur beløber Fejlen sig ikke til 1μ .

Ifølge Certifikat fra det internationale Bureau i Sèvres var Længden af *Bronzemetern* i 1896 ved 8°C : $B_{1896} = 1 \text{ m} + 153,3 \mu$.

Af ovenstaaende Ligning findes for Længden i Juni 1911 ved samme Temperatur: $B_{1911} = 1 \text{ m} + 130,2 \mu$, hvoraf

$$B_{1896} - B_{1911} = 23,1 \mu,$$

der viser, at Kopien i de forløbne 15 Aar har trukket sig sammen, og at denne Sammentrækning beløber sig til omtrent 23μ .

For *Nikkelstaalmeterens* Vedkommende synes ogsaa en Sammentrækning at kunne paavises. Af de kort efter dens Modtagelse i Februar 1910 udførte foreløbige Sammenligninger med Bronzemetern faas ved Benyttelse af de endelige Værdier for Udvidelserne:

$$B_{16} - N_{16} = 132,8 \mu,$$

medens Sammenligningen i Juni 1911 gav

$$B_{16} - N_{16} = 136,2 \mu.$$

Forudsættes Bronzemeterns Længde uforandret fra Februar 1910 til Juni 1911, er Nikkelstaalmeterens Længde i samme Tidsrum formindsket med $3,4 \mu$.

Ifølge den kgl. Anordning af 16. Sept. 1910 blev de ovenfor omtalte Bestemmelser af Bronzemeterns og Nikkelstaalmeterens totale Længder gentagne i Sept. 1913. Transversalkomparatorens Mikroskoper var nu forsynede med ny Objektiv, der var leverede af Zeiss. Derved forblev den tidligere anførte Mikrometerværdi for Objektivmikrometeret naturligtvis uforandret, og da Maalestockene forud for alle Aflæsninger paa Objektivmikrometeret blev saaledes forskudte, at Aflæsningerne højst var 2 Inddelinger forskellige, blev Mikrometerværdien sat lig 5μ .

Mikrometerværdien for Okularmikrometeret blev udmaalt ved Hjælp af de i Tiendedele delte Millimetre ved begge Ender af Nikkelstaalmeteren, idet Værdien af disse tilligemed samtlige Millimetre fra 90—100 cm var bestemte i Efteraaret 1912 (se nedenfor). Ved 3 saadanne Maalinger fandtes

$$\begin{aligned} \frac{6}{9}: 1695,7 \text{ Indd.} &= 0,9993 \text{ mm, } 1 \text{ Indd.} = 0,5893 \mu \\ \frac{9}{9}: 1694,4 \text{ —} &= 0,9974 \text{ — } 1 \text{ —} = 0,5886 \mu \\ \frac{14}{9}: 1693,0 \text{ —} &= 0,9974 \text{ — } 1 \text{ —} = 0,5891 \mu, \end{aligned}$$

hvoraf faas som Middelværdi $1 \text{ d} = 0,5890 \mu$.

Iøvrigt var Fremgangsmaaden den samme som i Juni 1911, og Resultatet af Maalingerne reducerede til 16° var med samme Betegnelser som ovenfor:

$$\begin{aligned} B_{16} &= 1 \text{ m} + 277,86 \mu \pm 0,49 \mu \\ N_{16} &= 1 \text{ m} + 142,41 \mu \pm 0,30 \mu \\ B_{16} - N_{16} &= 134,92 \mu \pm 0,40 \mu. \end{aligned}$$

Heraf faas ved Udjævning og derefter ved Reduktion til 0° C.:

$$\begin{aligned} B_{16} &\equiv 1 \text{ m} + 277,68 \mu \text{ og } B_0 = 1 \text{ m} - 21,7 \mu \\ N_{16} &= 1 \text{ m} + 142,59 \mu \text{ og } N_0 = 1 \text{ m} + 29,1 \mu. \end{aligned}$$

Ved Sammenligning med de i Juni 1911 fundne Værdier ses det, at begge Maalestokke er lidt kortere i Sept. 1913 end i 1911. For Nikkelstaalmeterens Vedkommende er Forskellen kun $1,2 \mu$ og kan muligvis hidrøre alene fra Observationsfejl, medens Forskellen $2,6 \mu$ for Bronzemeterens Vedkommende med Sikkerhed viser, at denne har trukket sig sammen fra 1911 til 1913. Der er følgelig Grund til at formode, at Bronzemeteren endnu ikke har antaget sin endelige Længde, idet vi har følgende Værdier for dens Sammentrækning:

$$\begin{aligned} \text{fra 1896 til 1911: } &23,1 \mu \\ \text{- 1896 til 1913: } &25,7 \mu. \end{aligned}$$

3. Bestemmelse af Maalestokkenes Udvidelse.

Ved Udvidelsesbestemmelserne er anvendt dels den ovenfor S. 26 beskrevne, paa optisk Kontakt grundede Metode, dels Fizeau's Interferensmetode. Ved sidstnævnte benyttedes et af Zeiss leveret Apparat i den af Pulfrich¹⁾ givne Form. Opvarmningen foregik ved en Strøm af Damp fra kogende Vand, der sendtes gennem en udvendig varmeisoleret Cylinder, som omgav det Rum, hvori Interferensapparatet var anbragt. Gennem et Rør fra Cylinderens Bund førtes Kondensationsvandet tilbage til Kogekarret. Paa denne Maade kunde man opnaa en kontinuert Opvarmning til omkring 99° , saaledes at alle Maalinger er udførte mellem nævnte Temperatur og Stuetemperatur.

Udvidelsen af Staalbordet, paa hvilket den Genstand, hvis Udvidelse skulde maales, blev anbragt, bestemtes dels absolut, dels i Forhold til et c. 14 mm højt Platiniridiumstykke, i sin Tid afskaaret af den Stang, hvoraf den danske Meterprototyp forfærdigedes.

Ved de absolute Bestemmelser, der foretoges ved en Højde af Staalbordet $h = 10,092$ mm, benyttedes det grønne Kvægsølvlys af Bølgebredde $\lambda = 0,5460 \mu$. Staalbordets Højde $10,092$ mm blev udmaalt ved optisk Kontakt ved Hjælp af et Sæt Endemaalsnormaler af Staal, leveret af Johansson i Eskilstuna, og angiver Afstanden fra Bordoverfladens centrale Del til det Plan, der er bestemt ved de tre Staalskruers

¹⁾ C. PULFRICH: Zeitschrift für Instrumentenkunde 13, S. 365 ff. 1893 og 18, S. 261. 1898.

øverste Spidser. Paa samme Maade blev iøvrigt alle Højder af Bordet udmaalt, saaledes at de enkelte Skruers Højde ikke blev bestemt.

Efter at Stribesystemets Beliggenhed i Forhold til Dækpladens faste Cirkel var aflæst ved Stuetemperatur, paabegyndtes Opvarmningen, under hvilken det totale Antal Striber, der passerede den faste Cirkel, blev talt. I Løbet af nogle Timer passerede der 28 Striber forbi, og efter at Temperaturen havde holdt sig konstant, og Interferensstriberne holdt sig i Ro i længere Tid, aflæstes Stribernes Beliggenhed i Forhold til Cirklen.

Efter Afkøling i Løbet af det følgende Døgn aflæstes paany Stribernes Beliggenhed, og under Forudsætning af, at det Antal Striber, der er gaaet tilbage, er det samme som det, der passerede forbi under Opvarmningen, faas derved en Bestemmelse af Sammentrækningen ved Afkøling; i Følge Sagens Natur var det uoverkommeligt at tælle Stribeforskydningen under Afkølingen.

I nedenstaaende Tabel er under f opført det ved Opvarmning fra t_1^0 til t_2^0 observerede Antal forskudte Striber, idet de to første Værdier gælder for Opvarmning, de to sidste for Afkølingen; k giver Korrektionen for den Stribeforskydning, der har fundet Sted paa Grund af den under Forsøget fremkomne Forandring af Luftens Brydningsforhold som Følge af Forandringen i Temperatur og Barometerstand, og $f_0 = f + k$ er da den Stribeforskydning, der svarer til den stedfundne

Førøgelse af Luftlagets Tykkelse. Under a er opført den af Formlen $a = \frac{f_0 \cdot \frac{\lambda}{2}}{(t_2 - t_1)h}$ beregnede Størrelse, der kan betegnes som Middeludvidelseskoefficienten mellem Temperaturen t_1 og t_2 . Har man, idet l er en Længdedimension i Legemet: $l_1 = l_0(1 + at + bt^2)$, bliver $a = a + b(t_1 + t_2)$ og $l_2 - l_1 = l_0 a(t_2 - t_1)$. De nedenfor angivne Tal gælder for Værdier af t_2 omkring 98° , t_1 lig Stuetemperatur ($18^\circ - 19^\circ$).

$t_2 - t_1$	f	k	f_0	a
79,70	28,832	2,236	31,068	10545 · 10 ⁻⁹
79,11	28,521	2,204	30,725	10506
78,845	28,385	2,254	30,639	10512
78,285	28,385	2,127	30,512	10543

Middel: 10527 · 10⁻⁹

Ved Bestemmelserne i Forhold til Platiniridiumstykket, hvis Udvidelse var bestemt i det internationale Bureau i Sèvres, var Højden af Staalbordet 14,083 mm, og Luftlaget mellem Dækpladen og Platiniridiumstykket, hvis Højde var 13,965 mm, altsaa omtrent 0,1 mm. Dette Metalstykkets Overflade var tilstrækkelig plan og spejlende, til at Tilbagekastningen af Lyset kunde foregaa direkte fra Metallets Overflade. Ved to Forsøgsrækker fandtes for Staaalkruernes Middeludvidelseskoefficient ved Opvarmning begge Gange Værdien 10468, ved Afkøling ligeledes begge Gange 10466, Middel 10467.¹⁾

¹⁾ Ved denne og følgende Maalinger, hvor Luftlaget er tyndt, er foruden Kvægsølvlinien benyttet

Tages Middeltallet af den absolut og relativt bestemte Værdi, faas $\alpha = 0,000010497$ som Middelværdi for Staalskruernes Middelludvidelseskoefficient mellem 18° og 98° .

Af Bronzemetrens Materiale forelaa et Stykke, der var leveret samtidig med Maalestocken; heraf blev der tildannet et Prøvestykke med plane Endeflader. Den ene af disse blev derpaa affilet saaledes, at der efterlodes tre smaa Knaster. Hvilende paa disse blev Stykket stillet paa et Planglas med vandret Overflade, og en Libelle blev anbragt paa Stykkets Overside. Ved forsigtig Affiling af Knasterne blev det opnaaet, at Libelleboblen indtog samme Stilling paa Prøvestykket som paa Glaspladen, saa at det ved de tre Knaster bestemte Plan meget nær var parallelt med Stykkets anden Endeflade. Libellens Krumningsradius var omtrent 24 m.

Det saaledes tildannede Prøvestykke, hvis Højde var 13,902 mm, blev derefter benyttet ved Udvidelsesbestemmelserne i Fizeau's Apparat, og da dets Overflade ikke var spejlende, blev der paa denne anbragt en 2,055 mm tyk Kvartsplade, der med 3 Knaster hvilede paa Broncestykkets Overflade.

Kvartsens Udvidelse fandtes ved to særlige Forsøgsrækker i Forhold til Staalskruernes nu bekendte Udvidelse. I første Forsøgsrække benyttedes en Stabel af 3 Kvartsplader, nemlig foruden ovennævnte to andre af Tykkelse henholdsvis c. 5 og 7 mm, altsaa en Højde af Kvartsen af omtrent 14 mm. I den anden Forsøgsrække benyttedes en enkelt Kvartsplade af Tykkelse 10,052 mm. Som Middelværdi af 2 Opvarmninger og Afkølinger fandtes for første Forsøgsrække $8084 \cdot 10^{-9}$, for anden Forsøgsrække (1 Kvartsplade) 8070 i Temperaturintervallet 18° — 98° .

Middeltallet af disse to Værdier er $8077 \cdot 10^{-9}$. Benoit¹⁾ fandt i 1888 for Kvartsens Udvidelseskoefficient i Retning af Hovedaxen $(7110,7 + 8,56 t) \cdot 10^{-9}$, der mellem 18° og 98° giver 8103,7. Den her fundne Værdi $8077 \cdot 10^{-9}$ er saaledes $3,3\text{‰}$ mindre end Benoit's Værdi, men den er i god Overensstemmelse med en af cand. mag. S. Weber kort Tid senere foretagen Bestemmelse. En absolut Maaling af Udvidelsen af en Kvartsring hørende til samme Apparat gav nemlig Middelværdien $8086 \cdot 10^{-9}$, og et Forsøg med de 3 ovennævnte Plader indeni Kvartsringen viste, at Pladernes Udvidelse var omtrent 1‰ mindre end Ringens. I denne Forbindelse skal nævnes, at Scheel²⁾ i 1907 fandt en Forskel paa $4,2\text{‰}$ i Udvidelsen af to Kvartsringe mellem $\div 192^\circ$ og 16° .

Med Benyttelse af den fundne Værdi for Kvartsens Udvidelse gav Bestemmelserne af Bronzestykkets Udvidelse mellem 19° og 99° ved Opvarmning og Afkøling henholdsvis 19,248 og 19,314, hvoraf: $\alpha_B = 19,281 \cdot 10^{-6}$. Ifølge et til Maalestocken hørende Certifikat af 1896 fra det internationale Bureau i Sèvres er Udvidelsen af det Materiale, hvoraf Société Genevoise har fremstillet sine Bronze-

den røde Brintlinie, for hvilken $\lambda = 0,6562$, ved Aflæsningerne af Stribeforskydningen; af de to Værdier er dannet Middeltal.

¹⁾ J. RENÉ BENOÎT: Nouvelles études et mesures de dilatations par la méthode de M. Fizeau. Travaux et mémoires etc. Tome VI, p. 119, Paris 1888.

²⁾ KARL SCHEEL: Versuche über die Ausdehnung fester Körper etc. Berichte der deutschen physikalischen Gesellschaft, Jahrg. 5, S. 3. Braunschweig 1907.

metre, $(18,705 + 0,00648 t) \cdot 10^{-6}$ i Temperaturintervallet $0^\circ - t^\circ$, hvorefter man for ovennævnte Interval finder $a_B = 19,470$. Tillægges disse to Værdier for a_B samme Vægt, faas Middelværdien: $a_B = 19,375 \cdot 10^{-6}$, og benyttes denne som endelig Værdi, faas med uforandret Temperaturkoefficient $0,00648$:

$$a_B = (18,610 + 0,00648 t) \cdot 10^{-6}.$$

Da der ikke forelaa et Stykke af Nikkelstaalmeteren til Udvidelsesbestemmelse efter Fizeau's Metode saaledes som af Prototypen og Bronzemeteren, bestemtes dens Udvidelse i Prytz's ovenfor beskrevne Apparat ved Sammenligning med de to sidstnævnte Maalestokke.

Af Guillaume's¹⁾ Undersøgelser over Nikkelstaallegeringers Varmeudvidelse fremgaar, at Temperaturkoefficienten for a_N er negativ, naar Nikkelprocenten er over 36; interpoleres til Værdien for 42 % findes Temperaturkoefficienten $\div 0,0035$.

Til Bestemmelse af Konstanten A i Ligningen S. 27 haves Resultater fra to Sammenligninger med Prototypen, der gav $A = 7,14 \cdot 10^{-6}$, og fra to Sammenligninger med Bronzemetren, der gav $A = 7,12 \cdot 10^{-6}$. Herefter faar man Ni—Fe-Metrens Udvidelseskoefficient $a_N = (7,13 - 0,0035 t) \cdot 10^{-6}$.

Ved Sammenligning mellem Nikkelstaalmetren og Bronzemetren paa Komparatoren i Februar 1910 fandtes ved Temperaturerne 13° og 26° Værdier, der gav $A = 7,28$. Medtages denne Værdi, idet den gives Vægten 1, medens hver af de ovenfor fundne gives Vægt 4, faas

$$a_N = (7,15 - 0,0035 t) \cdot 10^{-6}$$

som den endelige Værdi for Nikkelstaalmetrens Udvidelseskoefficient ved Opvarmning fra 0° til t° . Denne Værdi viser god Overensstemmelse med den, der fremgaar af Guilloumes Undersøgelser over forskellige Nikkel-Jærn-Legeringers Udvidelser; disse findes grafisk fremstillede i deres Afhængighed af Nikkelholdigheden i det af Société Française de Physique udgivne Tabelværk: *Recueil de Constantes Physiques* S. 184.

4. Undersøgelse af Underafdelinger af Maalestokke.

Decimetrene. Udmaalingen af Decimetrene paa Meterprototypens Kopi (Bronzemetre SIP No. 48) foretoges paa den ovenfor (S. 26) omtalte Delemaskine, der var forsynet med to Mikroskoper, hvis indbyrdes Afstand kunde varieres mellem Grænserne 10 og 100 cm.

Før Forsøgenes Paabegyndelse blev Delemaskinens forskydelige Bords Plan stillet saa vidt muligt parallelt med Slædeføringen, saaledes at Forskydningen meget nær foregik i samme Plan. Mikroskoperne blev forsynede med Vertikalilluminator, og Belysningen fandt Sted fra en Glødelampe, ophængt i en Afstand af 3—4 m fra

¹⁾ CH. ÉD. GUILLAUME: Les aciers au nickel. Communication du Congrès international des méthodes d'essai des matériaux de construction, tenu à Paris Juillet 1900.

Mikroskoperne; Lyset samledes paa Illuminatorerne af 2 Samlelinser, der var anbragt mellem Lyskilden og Mikroskoperne.

Da Mikroskoperne ikke var forsynede med Finindstillingsmekanisme for Højde, opnaedes denne derved, at Maalestokken lagdes paa 2 smaa Metalbukke (indbyrdes Afstand 57—58 cm), hvis 2 Ben bestod af Fingerskruer med stort Skruehoved; ved at dreje paa disse Fingerskruer kunde man variere Maalestokkens Afstand fra hvert Mikroskop og opnaa en bekvem Finindstilling.

Mikroskoperne fastspændtes først saaledes, at Afstanden λ_1 mellem Mikroskopernes faste Traade meget nær var 10 cm (korrekttere: Afstanden mellem de Punkter, hvori Mikroskopernes optiske Axe skærer Delestregernes Plan). Bronzemetren anbragtes da paa Bukkene paa Delemaskinens Bord, idet dens oprindelige Stilling var en saadan, at 0 og 10 cm-Stregerne set i Mikroskoperne laa i Nærheden af de faste Traade i en Afstand af højst 0,05 mm fra Mikroskopaxerne.

For at gøre Udregningen saa simpel og ensartet som muligt foretoges Indstillingen af Maalestokken altid saaledes, at Decimeterstregerne set i Mikroskoperne laa til højre for den faste Traad i disse. Da Billedet er omvendt, ligger Delestregen altsaa til venstre for Traaden; den virkelige Stilling ses af hosstaaende Figur.

Udmaalingen foretoges efter P. A. Hansens Methode¹⁾, saaledes som den med særligt Henblik paa Meterundersøgelser er udviklet af Ch. Éd. Guillaume.²⁾ Mikrometrets Dobbelttraad indstilles først paa Mikroskopets faste Traad og forskydes derefter til Indstilling paa Decimeterstregen, hvis Afstand fra den faste Traad saaledes bestemmes. Naar Aflæsningerne er foretagne paa den første Decimeters Endestreg, forskydes Maalestokken 10 cm i sin Længderetning, saa at 10 og 20 cm-Stregerne meget nær indtager samme Stillinger til Mikroskoperne som 0 og 10 cm før. Delestregernes Afstand fra de faste Traade aflæses, Maalestokken forskydes atter 10 cm o. s. v.

Kaldes Fejlene paa 0 og 10 cm-Stregerne henholdsvis x_0 og x_1 , haves da, naar Afstanden mellem den faste Traad og Delestreg for højre og venstre Mikroskop henholdsvis kaldes h'_1 og v'_1 og Mikroskopafstanden λ_1 :

$$(1) \quad 10 + x_1 - x_0 = v'_1 + \lambda_1 - h'_1.$$

Forskydes Maalestokken 10 cm i sin Længderetning, saa at 10 og 20 cm ses i Mikroskoperne i Nærheden af de faste Traade, og fortsættes der paa samme Maade med de øvrige Decimetre, faas Observationsligningerne:

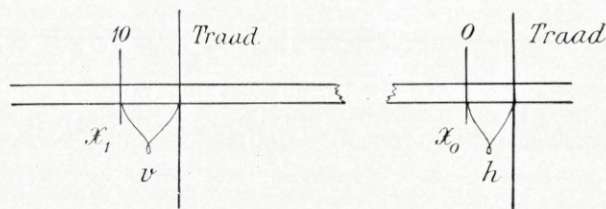


Fig. 3.

¹⁾ P. A. HANSEN: Von der Bestimmung der Theilungsfehler eines gradlinigen Massstabes. Abhandl. der math.-phys. Classe der kgl. Sächsischen Gesellsch. der Wissenschaften. Bd. X, S. 525. Leipzig 1874.

²⁾ CH. Éd. GUILLAUME: L'étalonnage des échelles divisées. Travaux et mémoires du bureau intern. des poids et mesures. T. XIII. Paris 1907.

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 10 + x_2 - x_1 = v_1'' + \lambda_1 - h_1'' \\
 (3) \quad & 10 + x_3 - x_2 = v_1''' + \lambda_1 - h_1''' \\
 & \dots \dots \dots \\
 (10) \quad & 10 + x_{10} - x_9 = v_1^{(10)} + \lambda_1 - h_1^{(10)}
 \end{aligned}$$

Sættes for Kortheds Skyld $v_1' - h_1' = a_{0,1}$, $v_1'' - h_1'' = a_{1,2}$... hvor a 'erne altsaa betegner den Størrelse, hvormed de enkelte Decimetre overstiger Mikroskopafstanden λ_1 , faas ved Subtraktion af hver Observationsligning fra den foregaaende:

$$\text{I} \left\{ \begin{array}{l} x_1 - x_0 - (x_2 - x_1) = a_{0,1} - a_{1,2} \\ x_2 - x_1 - (x_3 - x_2) = a_{1,2} - a_{2,3} \\ \dots \dots \dots \\ x_9 - x_8 - (x_{10} - x_9) = a_{8,9} - a_{9,10} \end{array} \right.$$

Anbringes Mikroskoperne derpaa i en Afstand λ_2 , der meget nær er 20 cm, faas paa samme Maade Observationsligningerne:

$$\begin{aligned}
 20 + x_2 - x_0 &= \lambda_2 + v_2' - h_2' \\
 20 + x_3 - x_1 &= \lambda_2 + v_2'' - h_2'' \\
 &\dots \dots \dots \\
 20 + x_{10} - x_8 &= \lambda_2 + v_2^{(9)} - h_2^{(9)}
 \end{aligned}$$

Ved Subtraktion som ovenfor og med tilsvarende Betegnelse faas:

$$\text{II} \left\{ \begin{array}{l} x_1 - x_0 - (x_3 - x_2) = a_{0,2} - a_{1,3} \\ x_2 - x_1 - (x_4 - x_3) = a_{1,3} - a_{2,4} \\ \dots \dots \dots \\ x_8 - x_7 - (x_{10} - x_9) = a_{7,9} - a_{8,10} \end{array} \right.$$

Mikroskopafstanden λ_3 meget nær lig 30 cm giver Ligningerne:

$$\begin{aligned}
 30 + x_3 - x_0 &= \lambda_3 + v_3' - h_3' \\
 30 + x_4 - x_1 &= \lambda_3 + v_3'' - h_3'' \\
 &\dots \dots \dots \\
 30 + x_{10} - x_7 &= \lambda_3 + v_3^{(8)} - h_3^{(8)}
 \end{aligned}$$

Med samme Betegnelser som ovenfor faas ved Subtraktion:

$$\text{III} \left\{ \begin{array}{l} x_1 - x_0 - (x_4 - x_3) = a_{0,3} - a_{1,4} \\ x_2 - x_1 - (x_5 - x_4) = a_{1,4} - a_{2,5} \\ \dots \dots \dots \\ x_7 - x_6 - (x_{10} - x_9) = a_{6,9} - a_{7,10} \end{array} \right.$$

Paa samme Maade faas ved fortsat Forøgelse af Mikroskopafstanden:

$$\text{IV} \left\{ \begin{array}{l} x_1 - x_0 - (x_5 - x_4) = a_{0,4} - a_{1,5} \\ x_2 - x_1 - (x_6 - x_5) = a_{1,5} - a_{2,6} \\ \dots \dots \dots \\ x_6 - x_5 - (x_{10} - x_9) = a_{5,9} - a_{6,10} \end{array} \right.$$

$$\text{V} \begin{cases} x_1 - x_0 - (x_6 - x_5) = a_{0,5} - a_{1,6} \\ x_2 - x_1 - (x_7 - x_6) = a_{1,6} - a_{2,7} \\ \dots\dots\dots \\ x_5 - x_4 - (x_{10} - x_9) = a_{4,9} - a_{5,10} \end{cases}$$

$$\text{VI} \begin{cases} x_1 - x_0 - (x_7 - x_6) = a_{0,6} - a_{1,7} \\ x_2 - x_1 - (x_8 - x_7) = a_{1,7} - a_{2,8} \\ \dots\dots\dots \\ x_4 - x_3 - (x_{10} - x_9) = a_{3,9} - a_{4,10} \end{cases}$$

$$\text{VII} \begin{cases} x_1 - x_0 - (x_8 - x_7) = a_{0,7} - a_{1,8} \\ x_2 - x_1 - (x_9 - x_8) = a_{1,8} - a_{2,9} \\ x_3 - x_2 - (x_{10} - x_9) = a_{2,9} - a_{3,10} \end{cases}$$

$$\text{VIII} \begin{cases} x_1 - x_0 - (x_9 - x_8) = a_{0,8} - a_{1,9} \\ x_2 - x_1 - (x_{10} - x_9) = a_{1,9} - a_{2,10} \end{cases}$$

$$\text{IX} \quad x_1 - x_0 - (x_{10} - x_9) = a_{0,9} - a_{1,10}$$

Føjes til dette System af Observationsligninger Identiteterne

$$\begin{aligned} x_1 - x_0 - (x_1 - x_0) &= 0 \\ x_2 - x_1 - (x_2 - x_1) &= 0 \\ \dots\dots\dots \\ x_{10} - x_9 - (x_{10} - x_9) &= 0 \end{aligned}$$

antager Udjævningen og Beregningen af de ubekendte $x_0, x_1, x_2 \dots x_{10}$ en særdeles simpel og overskuelig Form. Udtager vi nemlig blandt disse Ligninger alle dem, der indeholder Differensen $x_1 - x_0$, faas 10 Ligninger af Formen $x_1 - x_0 - (x_p - x_{p-1}) = a_{0,p-1} - a_{1,p}$, hvor p har Værdierne 1 - 10. Af Ligninger, der indeholder Differensen $x_2 - x_1$, findes ligeledes 10, hvor Leddene i Parentesen er de samme som i Systemet $x_1 - x_0$. Fortsættes der saaledes, faar man ialt 100 Ligninger, hvoraf 10 er Identiteter og 45 Gentagelser.

Ordner vi nu disse Ligninger saaledes, at der i samme Kolonne staar opført alle de Ligninger, hvis venstre Sides første Led indeholder samme Differens $x_{p+1} - x_p$, og i samme Linie alle de, hvis andet Led indeholder samme Differens $x_{q+1} - x_q$, kan hele Systemet af Observationsligninger skrives paa følgende Maade, hvor de fælles Differenser for Simpelheds Skyld kun er skrevet 1 Gang, nemlig som Hoved for hver Kolonne og hver Række.

	$x_1 - x_0$	$x_2 - x_1$	$x_3 - x_2$	$x_{10} - x_9$
$-(x_1 - x_0)$	0	$-a_{0,1} + a_{1,2}$	$-a_{0,2} + a_{1,3}$	$-a_{0,9} + a_{1,10}$
$-(x_2 - x_1)$	$a_{0,1} - a_{1,2}$	0	$-a_{1,2} + a_{2,3}$	$-a_{1,9} + a_{2,10}$
$-(x_3 - x_2)$	$a_{0,2} - a_{1,3}$	$a_{1,2} - a_{2,3}$	0	$-a_{2,9} + a_{3,10}$
$-(x_4 - x_3)$	$a_{0,3} - a_{1,4}$	$a_{1,3} - a_{2,4}$	$a_{2,3} - a_{3,4}$	$-a_{3,9} - a_{4,10}$
.....
$-(x_{10} - x_9)$	$a_{0,9} - a_{1,10}$	$a_{1,9} - a_{2,10}$	$a_{2,9} - a_{3,10}$	0
Sum	s_1	s_2	s_3		s_{10}
Middel	m_1	m_2	m_3		m_{10}

Det ses af Tabellen, at alle Tal i den ene Diagonalrække er 0, idet den indeholder Identiteterne $x_{p+1} - x_p - (x_{p+1} - x_p) = 0$, og endvidere at alle Differenser $a_{p,q} - a_{p+1, q+1}$ indgaar 2 Gange, men med modsat Fortegn, saaledes at de numeriske Værdier er symmetriske om Diagonalrækken.

Summeres nu efterhaanden alle Kolonnerne faas:

$$(1) \quad 10(x_1 - x_0) - (x_{10} - x_0) = s_1$$

$$(2) \quad 10(x_2 - x_1) - (x_{10} - x_0) = s_2$$

$$(3) \quad 10(x_3 - x_2) - (x_{10} - x_0) = s_3$$

.....

eller naar $\frac{s_p}{10}$ sættes lig m_p

$$(1') \quad x_1 - x_0 = \frac{1}{10}(x_{10} - x_0) + m_1$$

$$(2') \quad x_2 - x_1 = \frac{1}{10}(x_{10} - x_0) + m_2$$

$$(3') \quad x_3 - x_2 = \frac{1}{10}(x_{10} - x_0) + m_3$$

.....

$$(10') \quad x_{10} - x_9 = \frac{1}{10}(x_{10} - x_0) + m_{10}$$

Det ses af ovenstaaende Ligninger, at m_1, m_2 osv. betyder den Størrelse, hvormed de konsekutive Decimetre overstiger $\frac{1}{10}$ af Maalestøkkens totale Længde.

Sættes x_0 og $x_{10} = 0$, giver Ligningerne

$$x_1 = m_1$$

$$x_2 = m_1 + m_2$$

$$x_3 = m_1 + m_2 + m_3$$

.....

$$x_9 = m_1 + m_2 + m_3 + \dots m_9$$

Fejlene paa Decimeterstregene i Forhold til Endestregene, medens

$$x_{10} = m_1 + m_2 + \dots m_{10} = 0$$

giver en Kontrol paa Regningen.

Er x_{10} bekendt fra en Komparatorsammenligning, faas Fejlene paa Decimeterstregene:

$$\begin{aligned} x_0 &= 0 \\ x_1 &= \frac{1}{10} x_{10} + m_1 \\ x_2 &= \frac{2}{10} x_{10} + m_1 + m_2 \\ x_3 &= \frac{3}{10} x_{10} + m_1 + m_2 + m_3 \\ &\dots\dots\dots \\ x_9 &= \frac{9}{10} x_{10} + m_1 + m_2 + \dots m_9 \end{aligned}$$

De udjævnede Værdier svarende til de i Tabellen opførte observerede fremgaar paa en meget simpel Maade og kan opstilles, saa snart Størrelserne $m_1, m_2 \dots m_{10}$ er beregnede. Vi har nemlig:

$$\begin{aligned} x_{p+1} - x_p - (x_{q+1} - x_q) &= \frac{p+1}{10} x_{10} + m_1 + m_2 + \dots m_{p+1} - \left(\frac{p}{10} x_{10} - m_1 + \dots m_p \right) \\ &- \left(\frac{q+1}{10} x_{10} + m_1 + \dots m_{q+1} \right) + \frac{q}{10} x_{10} + m_1 + \dots m_q = m_{p+1} - m_{q+1}, \end{aligned}$$

hvoraf ses, at den beregnede Værdi for den $(p+1)^{\text{te}}$ Kolonnes $(q+1)^{\text{te}}$ Element er Differensen mellem Middeltallene af $(p+1)^{\text{te}}$ og $(q+1)^{\text{te}}$ Kolonne. Da Summen af en Række er, med modsat Fortegn, den samme som Summen af Kolonnen med samme Nummer, kan dette altsaa ogsaa udtrykkes saaledes, at den beregnede Værdi for et hvilket som helst Element faas som Sum af Middeltallene af den Kolonne og den Række, hvortil Elementet hører.

Som Exempel paa Maalingernes Udførelse skal anføres følgende Serie med Mikroskopafstand λ_5 meget nær lig 50 cm.

I Tabellerne A og B angiver de i anden Kolonne opførte Tal Aflæsningerne paa Tromlen, naar Mikrometret er indstillet paa de i Tabellernes første Kolonne opførte Delestreger. Da Indstillingen paa den faste Traad stadig er uforandret — indenfor Iagttagelsesfejlenes Omraade — er denne Indstilling kun foretaget en enkelt Gang under hver Serie og er i alle Observationsrækker sat lig 45,0 for venstre og 73,0 for højre Mikroskop. Der foretoges som Regel 3 Indstillinger paa hver Delestreg, og de i anden Kolonne opførte Tal er Middelværdien af disse.

I 3. Kolonne er under Differens v og Differens h opført Differenserne i Tromledele mellem Aflæsningerne paa Decimeterstregene og Mikroskopernes faste Traad σ : Afstanden paa Maalestocken fra Decimeterstregen til Mikroskopets Sigtelinie udtrykt i Tromledele.

A. Venstre Mikroskop				B. Højre Mikroskop				$v-h$
Faste Traad	Aflæs.	Differens v		Faste Traad	Aflæs.	Differens h		
		i Trld.	i Mikron			i Trld.	i Mikron	
	45,0				73,0			
50 cm	125,5	80,5	35,9	0 cm	97,5	24,5	24,7	11,2
60 -	132,5	87,5	39,0	10 -	101,2	28,2	28,5	10,5
70 -	142,5	97,5	43,4	20 -	98,0	25,0	25,2	18,2
80 -	132,8	87,8	39,1	30 -	98,7	25,7	25,9	13,2
90 -	145,8	100,8	44,9	40 -	108,7	35,7	36,0	8,9
100 -	163,0	118,0	52,6	50 -	112,4	39,4	39,8	12,8
100 -	163,4	118,4	52,8	50 -	112,3	39,3	39,7	13,1
90 -	145,0	100,0	44,6	40 -	109,3	36,3	36,6	8,0
80 -	155,0	110,0	49,0	30 -	109,3	36,0	36,3	12,7
70 -	157,2	112,2	50,0	20 -	105,0	32,0	32,3	17,7
60 -	157,0	112,0	49,9	10 -	111,5	38,5	38,8	11,1
50 -	150,8	105,8	47,1	0 -	108,0	35,0	35,3	11,8

Det ses af Tabellerne, at Maalingerne er paabegyndt med 0 og 50 cm-Stregerne henholdsvis under højre og venstre Mikroskop, og at Maalestocken derpaa er forskudt til højre. Naar Aflæsningen 50—100 er foretaget, forskydes Maalestocken strax til venstre, og de samme Maalinger foretages i modsat Orden, hvilket giver en Kontrol for, at Mikroskopernes indbyrdes Afstand har holdt sig uforandret.

Til Bestemmelse af Mikrometrene's Skruegangshøjder foretoges til forskellig Tid under hele Undersøgelsen 5 Udmaalinger af en i Tiendedele delt Millimeter paa Maalestocken. Resultaterne var:

Venstre Mikroskop	Højre Mikroskop
1 mm = 2243,7 Tromledele	1 mm = 1000 — 12,9 Tromledele
2247,3	— 5,7
2247,0	— 7,8
2241,4	— 9,0
2238,4	— 9,7
Middel 2243,6	Middel 991,0

hvoraf faas

$$1^d = 0,4457 \mu$$

$$1^d = 1,0091 \mu$$

Ved Benyttelse af disse Værdier er de i Tabellernes 4. Kolonne opførte Værdier for v og h i Mikron beregnede.

Ovenstaaende Serie giver Observationsligningerne:

$$50 + x_5 - x_0 = \lambda_5 + 11,2$$

$$50 + x_6 - x_1 = \lambda_5 + 10,5$$

$$50 + x_7 - x_2 = \lambda_5 + 18,2$$

$$\begin{aligned}
 50 + x_8 - x_3 &= \lambda_5 + 13,2 \\
 50 + x_9 - x_4 &= \lambda_5 + 8,9 \\
 50 + x_{10} - x_5 &= \lambda_5 + 12,8 \\
 50 + x_{10} - x_5 &= \lambda_5 + 13,1 \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

Ved Subtraktion af hver enkelt Ligning fra den foregaaende faas:

	Middel	
$x_1 - x_0 - (x_6 - x_5) =$	0,7	0,7
$x_2 - x_1 - (x_7 - x_6) =$	-7,7	-6,6
$x_3 - x_2 - (x_8 - x_7) =$	5,0	5,0
$x_4 - x_3 - (x_9 - x_8) =$	4,3	4,5
$x_5 - x_4 - (x_{10} - x_9) =$	-3,9	-4,5

hvor de efter Stregen opførte Værdier hidrører fra den sidste Halvdel af Rækken.

Det ses let, at det samlede Antal Indstillinger paa Decimeterstregene med ovennævnte Fremgangsmaade beløber sig til $2 \cdot 3 \cdot 2 (2 + 3 + \dots + 10) = 648$; med Gentagelser, Indstillinger paa de faste Traade og Udmaalinger af Mikrometerskruernes Værdier beløber Antallet sig omtrent til det dobbelte.

Ved Indførelse af samtlige Maalingsresultater i Tabellen Side 40 faas:

	$x_1 - x_0$	$x_2 - x_1$	$x_3 - x_2$	$x_4 - x_3$	$x_5 - x_4$	$x_6 - x_5$	$x_7 - x_6$	$x_8 - x_7$	$x_9 - x_8$	$x_{10} - x_9$
$-(x_1 - x_0)$	0,0	-1,2	-4,1	2,7	-7,6	-0,7	5,6	-8,2	-1,1	-3,1
$(x_2 - x_1)$	1,2	0,0	-1,7	5,2	-5,6	1,1	7,1	-6,4	1,5	0,2
$(x_3 - x_2)$	4,1	1,7	0,0	6,3	-4,0	2,9	9,1	-5,0	2,8	0,9
$(x_4 - x_3)$	-2,7	-5,2	-6,3	0,0	-9,8	-3,5	1,9	-11,7	-4,5	-6,7
$(x_5 - x_4)$	7,6	5,6	4,0	9,8	0,0	6,4	13,1	0,3	7,1	4,5
$(x_6 - x_5)$	0,7	-1,1	-2,9	3,5	-6,4	0,0	6,3	-8,1	0,7	-2,2
$(x_7 - x_6)$	-5,6	-7,1	-9,1	-1,9	-13,1	-6,3	0,0	-14,9	-6,0	-9,3
$(x_8 - x_7)$	8,2	6,4	5,0	11,7	-0,3	8,1	14,9	0,0	7,8	4,3
$(x_9 - x_8)$	1,1	-1,5	-2,8	4,5	-7,1	-0,7	6,0	-7,8	0,0	-3,5
$(x_{10} - x_9)$	3,1	-0,2	-0,9	6,7	-4,5	2,2	9,3	-4,3	3,5	0,0
Sum	17,7	-2,6	-18,8	48,5	-58,4	9,5	73,3	-66,1	11,8	-14,9
Middeltal	1,77	-0,26	-1,88	4,85	-5,84	0,95	7,33	-6,61	1,18	-1,49

Sættes $x_{10} = 0$, faas Fejlene i Forhold til Endestregene ved fortsat Summering af ovenstaaende Middeltal:

$$1,77 \quad 1,51 \quad -0,37 \quad 4,48 \quad -1,36 \quad -0,41 \quad 6,92 \quad 0,31 \quad 1,49 \quad 0,00$$

Ved Sammenligning paa Komparatoren med Prototypen for Metren er tidligere fundet ved 0°C :

$$x_{10} = \div 19,1 \mu.$$

Ved Indsættelse faas da den sande Værdi for Decimeterstregene ved 0° C:

10 cm — $0,1 \mu$; 20 cm — $2,3 \mu$; 30 cm — $6,1 \mu$; 40 cm — $3,2 \mu$; 50 cm — $10,9 \mu$;
60 cm — $11,9 \mu$; 70 cm — $6,5 \mu$; 80 cm — $15,0 \mu$; 90 cm — $15,7 \mu$; 100 cm — $19,1 \mu$.

Indsættes i Observationsskemaet paa forrige Side de beregnede Værdier $x_p - x_{p-1} - (x_q - x_{q-1}) = m_p - m_q$, og dannes Differenserne mellem de observerede og beregnede Værdier, findes Middelfejlen paa de i Tabellen opførte Værdier at være $\pm 0,56 \mu$, medens Middelfejlen paa de udjævnede Værdier for Delefejlene beløber sig til c. $0,1 \mu$.

Paa samme Maade som ovenfor bestemtes Delefejlene paa Decimeterstregene paa den tidligere omtalte H-Meter af Nikkelstaallegering.

Fejlene paa Delestregene i Forhold til Endestregene var:

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100 cm
0,0	—3,0	—6,3	—3,2	1,4	—0,7	—1,3	1,0	—2,1	—3,7	0,0 μ

og ved Benyttelse af den tidligere paa Komparatoren fundne Værdi $x_{10} = 30,3 \mu$ faas som den sande Værdi af Decimeterstregene ved 0° C.:

10 cm $\pm 0,0 \mu$, 20 cm — $0,2 \mu$, 30 cm + $5,9 \mu$, 40 cm + $13,5 \mu$, 50 cm + $14,5 \mu$,
60 cm + $16,9 \mu$, 70 cm + $22,2 \mu$, 80 cm + $22,2 \mu$, 90 cm + $23,6 \mu$, 100 cm + $30,3 \mu$.

Middelfejlen paa de enkelte Værdier i Observationsskemaet havde samme Størrelse som i Forsøgsrækken ovenfor, hvilket følgelig ogsaa gælder om Middelfejlen paa de beregnede Værdier.

Efter Udmaalingen af Decimetrene paa de to H-Metre udmaalttes Decimetrene paa førnævnte Halvmeter af Nikkelstaa, hørende til Laboratoriets Følemaalskomparator. Observationerne gav Ligningerne:

	Serie 1	Serie 2	Serie 3	Middel
$x_1 - x_0 - (x_2 - x_1) =$	4,8	5,9	6,1	5,6
$x_2 - x_1 - (x_3 - x_2) =$	—2,8	—2,9	—2,5	—2,7
$x_3 - x_2 - (x_4 - x_3) =$	1,4	0,7	0,6	0,9
$x_4 - x_3 - (x_5 - x_4) =$	—5,3	—4,2	—4,3	—4,6
$x_1 - x_0 - (x_3 - x_2) =$	2,3	2,8	2,7	2,6
$x_2 - x_1 - (x_4 - x_3) =$	—0,9	—0,9	—1,4	—1,1
$x_3 - x_2 - (x_5 - x_4) =$	—2,7	—3,3	—2,7	—2,9
$x_1 - x_0 - (x_4 - x_3) =$	3,1	3,1	4,1	3,4
$x_2 - x_1 - (x_5 - x_4) =$	—5,3	—5,8	—6,4	—5,8
$x_1 - x_0 - (x_5 - x_4) =$	—1,3	—0,8	—0,7	—0,9

der med samme forkortede Betegnelse som ovenfor giver Systemet:

	$x_1 - x_0$	$x_2 - x_1$	$x_3 - x_2$	$x_4 - x_3$	$x_5 - x_4$
$-(x_1 - x_0)$	0,0	- 5,6	- 2,6	- 3,4	0,9
$(x_2 - x_1)$	5,6	0,0	2,7	1,1	5,8
$(x_3 - x_2)$	2,6	- 2,7	0,0	- 0,9	2,9
$(x_4 - x_3)$	3,4	- 1,1	0,9	0,0	4,6
$(x_5 - x_4)$	- 0,9	- 5,8	- 2,9	- 4,6	0,0
Sum	10,7	- 15,2	- 1,9	- 7,8	14,2
Middeltal	2,14	- 3,04	- 0,38	- 1,56	2,84

Betragtes Endestregene som rigtige, faas da Fejlene:

0	10	20	30	40	50 cm
0,0	2,1	- 0,9	- 1,3	- 2,8	0,0 μ

Ved Sammenligning med Nikkelstaalmetren paa Komparatoren fandtes ved 15° :
 $x_5 = 85,4 \mu$. Ved Benyttelse af Udvidelseskoefficienten $\alpha = 0,0000115$ faas ved 0° C.:
 $x_5 = - 0,8 \mu$. Ved Indsættelse faas da Værdierne ved 0° C.:

$$10 \text{ cm} + 2,0 \mu, 20 \text{ cm} - 1,2 \mu, 30 \text{ cm} - 1,8 \mu, 40 \text{ cm} - 3,5 \mu, 50 \text{ cm} - 0,8 \mu.$$

Ved Hjælp af samme Delemaskine udmaales endelig Længden af en Decimeter af Invar, idet denne anbragtes paa Delemaskinen i Forlængelse af Ni Fe-Metren, saaledes at de skiftevis kunde forskydes ind under Mikroskoperne, der var anbragte i indbyrdes Afstand 10 cm. Kaldes Invardecimetrens Længde I , medens N_{0-10} , N_{10-20} og N_{20-30} betegner de første 3 Decimetre paa Nikkelstaalmetren, fandtes:

	μ	Temp.	Middel	
$I = N_{0-10}$	- 8,8	16,50	}	- 9,37 16,74
	9,2	62		
	9,3	64		
	9,4	70		
	9,4	75		
	9,4	82		
	9,7	90		
	9,8	82		
	9,2	82		
$I = N_{10-20}$	- 9,7	16,72	}	- 9,25 16,77
	- 8,8	82		
$I = N_{20-30}$	- 16,0	16,82	- 16,0	16,82

Ved Benyttelse af Ni Fe-Metrens kendte Udvidelse og Længden af de første 3 Decimetre faas:

$$I_{16,74} = 10 \text{ cm} \pm 0,0 \mu + 11,87 - 9,37 = 10 \text{ cm} + 2,50 \mu \quad (10)$$

$$I_{16,77} = 10 \text{ cm} - 0,2 \mu + 11,89 - 9,25 = 10 \text{ cm} + 2,44 \mu \quad (2)$$

$$I_{16,82} = 10 \text{ cm} + 6,1 \mu + 11,93 - 16,0 = 10 \text{ cm} + 2,03 \mu \quad (1)$$

Heraf faas som Middelværdi ved $16,75^\circ \text{ C.}$:

$$\underline{I_{16,75} = 10 \text{ cm} + 2,5 \mu.}$$

Centimetre og Millimetre. Efter at Decimetrene paa ovennævnte Maalestokke var bleven bestemte, udmaaltes Centimetrene fra 90 til 100 cm paa Nikkelstaalmetren. Fremgangsmaaden var følgende. Nikkelstaalmetren anbragtes paa Longitudinalkomparatoren, saaledes at 90 cm-Stregen set i højre Mikroskop laa i Nærheden af dettes faste Traad, og Afstanden fra denne v_m maaltes. Invardecimetren anbragtes under venstre Mikroskop, og dens Nulstregs Afstand fra Mikroskopets faste Traad v_d blev udmaalt. Derefter blev Komparatorens bevægelige Plan forskudt et Stykke l_1 omtrent 1 cm i sin Længderetning, og Afstandene fra de faste Traade til henholdsvis 91 og 1 cm-Stregerne blev udmaalt. Kaldes disse Størrelser henholdsvis h_m og h_d og Længden 90—91 cm paa Metren l_m samt Længden 0—1 cm paa Decimetren l_d , haves da:

$$l_1 = l_m - v_m + h_m$$

$$\text{og } l_1 = l_d - v_d + h_d,$$

hvoraf man ved at eliminere l_1 faar:

$$l_m = l_d + v_m - h_m - (v_d - h_d).$$

Derefter blev Decimetren forskudt paa sit Underlag, indtil 0-Stregen atter laa i Nærheden af Mikroskopets faste Traad, hvorefter de samme Manøvrer som ovenfor blev udført. Derved blev Længden l_m mellem Nikkelstaalmetrens 91 og 92 cm-Streg sammenlignet med samme Centimeter paa Decimetren som før, og med analoge Betegnelser faas:

$$l_m = l_d + v_m - h'_m - (v_d - h'_d).$$

Forskydes Decimetren atter 1 cm tilbage og fortsættes paa samme Maade, faas efterhaanden alle Centimetrene fra 90 til 100 cm udtrykt ved den ubekendte Længde l_d og bekendte Størrelser. Man ser, at Metoden i Virkeligheden er Gay-Lussac's bekendte Kalibrermetode, og Beregningen af Delefejlene foregik paa den almindelig bekendte Maade af de ti Observationsligninger af ovenstaaende Form. Som Kontrol foretoges endvidere Sammenligninger med Længder paa 2 og 5 cm af Decimetren.

Efterat de sande Værdier af Centimeterstregerne fra 90 til 100 cm paa Nikkelstaalmetren var bleven bestemte, udmaaltes samtlige Millimetre paa det samme Stykke af denne Maalestok. Ved dette Arbejde anvendtes Longitudinalkompara-

tores højre Mikroskop; dettes Mikrometertraade indstilles først paa 900 mm-Stregen og forskydes derefter til Indstilling paa 901 mm, hvorefter de atter forskydes tilbage og indstilles paa 900 mm; af de to Værdier for denne Millimeters Længde udtrykt i Tromledele (omtrent 1087 Indd.) tages Middeltal. Derpaa forskydes Komparatorens Plan meget nær 1 mm, saaledes at 901 mm-Stregen omtrent ligger paa samme Sted som 900 mm før, hvorpaa 901—902 mm udtrykkes ved det samme Stykke af Mikrometerskruen. Paa denne Maade fortsættes for hver Centimeters Millimetre og ved Hjælp af de bekendte Værdier af Centimeterstregerne findes efterhaanden de sande Værdier af samtlige Millimeterstreger paa Metrens sidste Decimeter. Endvidere blev paa samme Maade udmaalt Længderne af de to i Tiendedele delte Millimetre ved begge Metrens Ender, ligesom alle Underafdelinger af disse to Millimetre blev udmaalte.

Efter Fuldførelsen af dette Arbejde giver Nikkelstaalmetren altsaa bekendte Sammenligningsværdier for alle Længder fra 0,1 til 1002 mm, og den benyttedes derefter til Bestemmelse af Millimetrene paa den Invardecimeter, der blev brugt ved Centimetersammenligningen. Invardecimetrens Centimetre blev først bestemte som ovenfor omtalt for Nikkelstaalmetrens Centimetres Vedkommende. Idet de to Maalestokkes indbyrdes Stilling herefter ikke forandredes, blev Komparatorens Plan trinvis forskudt 1 mm og venstre Mikrometer indstillet paa Decimetrens, højre paa Metrens Millimeterstreger. Denne Fremgangsmaade giver for hver af Decimetrens Millimetre en Ligning af samme Form som ovenfor nævnt under Metrens Centimetre, og disse Ligninger løses med Hensyn til l_d , hvorefter Korrektionen paa hver enkelt af Millimeterstregerne paa Decimetren findes. Ligesom paa Nikkelstaalmetren blev endvidere de to overskydende i Tiendedele delte Millimetres Underafdelinger udmaalte.

I de følgende Tabeller er opført Resultaterne af de i 1911—1912 udførte Undersøgelser af Maalestokkenes Underafdelinger. Alle Korrektionstal er udtrykt i μ og er at addere til vedkommende Delestregs paaskrevne Værdi. For Invardecimetrens Vedkommende gælder Værdierne for en Temperatur $16,75^\circ$, medens de for de øvrige Maalestokke giver Værdierne ved 0° . For de to i Tiendedele delte Millimetre paa Nikkelstaalmetren og Invardecimetren, der ligger udenfor 0-Stregen, er Værdierne regnede fra denne.

I. Sand Værdi af Decimeterstregerne.

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100 cm
Bronze- meter	0	-0,1	-2,3	-6,1	-3,2	-10,9	-11,9	-6,5	-15,0	-15,7	-19,1 μ
Nikkelstaal- meter	0	$\pm 0,0$	-0,2	5,9	13,5	14,5	16,9	22,2	22,2	23,6	30,3 μ
Nikkelstaal- halvmeter	0	2,0	-1,2	-1,8	-3,5	-0,8 μ					

II. Sand Værdi af Millimeterstregene fra 900—1000 mm paa Nikkelstaalmetren.

mm	μ	mm	μ	mm	μ	mm	μ	mm	μ
900	23,6	920	24,6	940	25,7	960	28,8	980	30,4
1	23,9	21	24,7	41	26,0	61	29,1	81	30,3
2	23,9	22	24,8	42	26,5	62	29,3	82	30,7
3	24,2	23	25,0	43	27,0	63	29,5	83	30,7
4	24,2	24	25,2	44	27,2	64	29,4	84	30,7
5	24,6	25	25,1	45	27,2	65	29,5	85	30,9
6	24,8	26	25,1	46	27,3	66	29,4	86	31,0
7	24,9	27	24,9	47	27,5	67	29,5	87	30,8
8	25,0	28	24,8	48	27,7	68	29,7	88	30,7
9	24,9	29	24,9	49	27,6	69	29,5	89	30,7
910	24,9	930	24,9	950	27,6	970	29,6	990	30,3
11	24,7	31	24,9	51	27,7	71	29,7	91	30,2
12	24,7	32	24,6	52	27,9	72	29,6	92	30,7
13	24,5	33	25,1	53	28,2	73	29,8	93	30,7
14	24,2	34	24,8	54	28,1	74	29,6	94	30,6
15	24,4	35	24,8	55	28,5	75	29,6	95	30,3
16	24,6	36	24,7	56	28,5	76	29,9	96	30,3
17	24,3	37	25,1	57	28,6	77	29,9	97	30,4
18	24,8	38	25,4	58	28,7	78	29,7	98	30,6
19	24,8	39	25,7	59	28,8	79	29,9	99	30,3
								1000	30,3

III. Sand Værdi af Millimeterstregene paa Invardecimetren.

mm	μ	mm	μ	mm	μ	mm	μ	mm	μ
0	0,0	10	0,1	20	— 0,9	30	— 2,1	40	— 1,2
1	— 0,2	11	0,0	21	— 0,9	31	— 2,5	41	— 1,7
2	— 0,5	12	— 0,7	22	— 1,4	32	— 3,0	42	— 1,6
3	— 0,4	13	— 1,0	23	— 1,9	33	— 2,2	43	— 0,6
4	— 0,2	14	— 0,9	24	— 1,3	34	— 1,7	44	— 0,4
5	0,1	15	— 1,0	25	— 1,4	35	— 1,8	45	— 0,4
6	— 0,1	16	— 0,8	26	— 1,5	36	— 2,4	46	— 0,5
7	— 0,1	17	— 1,6	27	— 2,2	37	— 2,3	47	— 0,6
8	0,0	18	— 1,0	28	— 2,6	38	— 2,3	48	— 0,8
9	0,1	19	— 0,9	29	— 2,5	39	— 1,5	49	— 0,7

mm	μ	mm	μ	mm	μ	mm	μ	mm	μ
50	-0,6	60	-0,9	70	-0,2	80	1,3	90	1,6
51	-1,3	61	-1,1	71	-1,0	81	1,1	91	1,3
52	-1,2	62	-1,2	72	-1,1	82	1,6	92	1,0
53	-0,9	63	-0,7	73	-0,2	83	1,7	93	1,1
54	-0,9	64	-0,7	74	0,0	84	2,5	94	2,0
55	-0,8	65	-0,4	75	0,3	85	2,5	95	2,2
56	-1,2	66	-1,1	76	0,4	86	2,4	96	1,5
57	-1,2	67	-1,2	77	0,3	87	1,5	97	1,5
58	-0,7	68	-0,5	78	0,4	88	1,5	98	2,1
59	-0,3	69	-0,5	79	1,5	89	1,6	99	2,6
								100	2,5

IV. Sand Værdi af Tiendedele Millimetre paa

1. Nikkelstaalmetren.

2. Invardecimetren.

mm	μ	mm	μ	mm	μ	mm	μ
0,0	0,0	1000,0	0,0	0,0	0,0	100,0	0,0
1	-0,2	1	0,3	1	0,3	1	0,1
2	-0,2	2	0,2	2	-0,4	2	-0,3
3	-0,2	3	0,2	3	0,3	3	-0,4
4	-0,1	4	-0,2	4	-1,0	4	-0,1
5	-0,4	5	-0,1	5	-0,2	5	-0,1
6	0,0	6	-0,1	6	-0,4	6	0,1
7	-0,5	7	-0,2	7	-0,4	7	-0,6
8	-0,4	8	-0,3	8	-0,5	8	-1,0
9	-1,2	9	-0,8	9	-0,6	9	-1,0
1,0	-2,6	1001,0	-0,7	1,0	-1,0	101,0	-0,7

	Kr.	Øre
VI , med 4 Tavler. 1890—92		13. 75.
1. Lorenz, L. Lysbevægelsen i og uden for en af plane Lysbølger belyst Kugle. 1890	2.	"
2. Sørensen, William. Om Forbeninger i Svømmeblæren, Pleura og Aortas Væg og Sammensmeltningen deraf med Hvirvelsøjlen særlig hos Siluroiderne, samt de saakaldte Weberske Knoglers Morfologi. Med 3 Tavler. Résumé en français. 1890	3.	80.
3. Warming, Eug. Lagoa Santa. Et Bidrag til den biologiske Plantegeografi. Med en Fortegnelse over Lagoa Santas Hvirveldyr. Med 43 Illustrationer i Texten og 1 Tavle. Résumé en français. 1892	10.	85.
VII , med 4 Tavler. 1890—94		13. 75.
1. Gram, J. P. Studier over nogle numeriske Funktioner. Résumé en français. 1890	1.	10.
2. Prytz, K. Metoder til korte Tiders, særlig Rotationstiders, Udmaalning. En experimental Undersøgelse. Med 16 Figurer i Texten. 1890	1.	50.
3. Petersen, Emil. Om nogle Grundstoffers allotrope Tilstandsformer. 1891	1.	60.
4. Warming, Eug. Familien Podostemaceae. 4 ^{de} Afhandling. Med c. 185 mest af Forfatteren tegnede Figurer i 34 Grupper. Résumé et explication des figures en français. 1891	1.	50.
5. Christensen, Odu T. Rhodanchromammoniakforbindelser. (Bidrag til Chromammoniakforbindelsernes Kemi. III.) 1891	1.	25.
6. Lütken, Chr. Spolia Atlantica. Scopelini Musei Zoologici Universitatis Hauniensis. Bidrag til Kundskab om det aabne Havs Laxesild eller Scopeliner. Med 3 Tavler. Résumé en français. 1892	3.	50.
7. Petersen, Emil. Om den elektrolytiske Dissociationsvarme af nogle Syrer. 1892	1.	25.
8. Petersen, O. G. Bidrag til Scitamineernes Anatomi. Résumé en français. 1893	2.	75.
9. Lütken, Chr. Andet Tillæg til Bidrag til Kundskab om Arterne af Slægten <i>Cyamus</i> Latr. eller Hval-lusene. Med 1 Tavle. Résumé en français. 1893	"	85.
10. Petersen, Emil. Reaktionshastigheden ved Methylætherdannelsen. 1894	1.	50.
VIII , med 3 Tavler. 1895—98		12. 25.
1. Meinert, F. Sideorganerne hos Scarabæ-Larverne. Les organes latéraux des larves des Scarabés. Med 3 Tavler. Résumé et explication des planches en français. 1895	3.	30.
2. Petersen, Emil. Damptryksformindskelsen af Methylalkohol. 1896	1.	"
3. Buchwaldt, F. En matematisk Undersøgelse af, hvorvidt Vædsker og deres Dampe kunne have en fælles Tilstandsligning, baseret paa en kortfattet Fremstilling af Varmetheoriens Hovedsætninger. Résumé en français. 1896	2.	25.
4. Warming, Eug. Halofyt-Studier. 1897	3.	"
5. Johannsen, W. Studier over Planternes periodiske Livsyttringer. I. Om antagonistiske Virksomheder i Stofskiftet, særlig under Modning og Hvile. 1897	3.	75.
6. Nielsen, N. Undersøgelser over reciproke Potenssummer og deres Anvendelse paa Rækker og Integraler. 1898	1.	60.
IX , med 17 Tavler. 1898—1901		17. "
1. Steenstrup, Japetus, og Lütken, Chr. Spolia Atlantica. Bidrag til Kundskab om Klump- eller Maanefiskene (<i>Molidae</i>). Med 4 Tavler og en Del Xylografer og Fotogravurer. 1898	4.	75.
2. Warming, Eug. Familien Podostemaceae. 5 ^{te} Afhandling. Med 42 Figurgrupper. Résumé en français. 1899	1.	60.
3. Meyer, Kirstine. Om overensstemmende Tilstande hos Stofferne. En med Videnskabernes Selskabs Guldmedaille belønnet Prisaafhandling. Med en Tavle. 1899	2.	60.
4. Jørgensen, S. M. Om Zeise's Platosemiæthylen- og Cossa's Platosemiamminsalte. Med 1 Tavle. 1900	"	75.
5. Christensen, A. Om Overbromider af Chinaalkaloider. 1900	1.	"
6. Steenstrup, Japetus. Heteroteuthis <i>Gray</i> , med Bemærkninger om <i>Rossia-Septiola</i> -Familien i Almindelighed. Med en Tavle. 1900	"	90.
7. Gram, Bille. Om Proteinkornene hos oliegivende Frø. Med 4 Tavler. Résumé en français. 1901	2.	50.
8. Meinert, Fr. Vandkalvelarverne (<i>Larvæ Dytiscidarum</i>). Med 6 Tavler. Résumé en français. 1901	5.	35.
X , med 4 Tavler. 1899—1902		10. 50.
1. Juel, C. Indledning i Læren om de grafiske Kurver. Résumé en français. 1899	2.	80.
2. Billmann, Einar. Bidrag til de organiske Kvægsølvforbindelsernes Kemi. 1901	1.	80.
3. Samsøe Lund og Rostrup, E. Marktidsele (<i>Cirsium arvense</i>). En Monografi. Med 4 Tavler. Résumé en français. 1901	6.	"
4. Christensen, A. Om Bromderivater af Chinaalkaloiderne og om de gennem disse dannede brintfattigere Forbindelser. 1902	1.	40.
XI , med 10 Tavler og 1 Kort. 1901—03		15. 05.
1. Warming, Eug. Familien Podostemaceae. 6 ^{te} Afhandling. Med 47 Figurgrupper. Résumé en français. 1901	2.	15.
2. Ravn, J. P. J. Molluskerne i Danmarks Kridtfaejringer. I. Lamellibranchiater. Med 1 Kort og 4 Tavler. 1902	4.	"
3. Winther, Chr. Rotationsdispersionen hos de spontant aktive Stoffer. 1902	2.	"
4. Ravn, J. P. J. Molluskerne i Danmarks Kridtfaejringer. II. Scaphopoder, Gastropoder og Cephalopoder. Med 5 Tavler. 1902	3.	40.
5. Winther, Chr. Polarimetriske Undersøgelser II: Rotationsdispersionen i Opløsninger	1.	60.
6. Ravn, J. P. J. Molluskerne i Danmarks Kridtfaejringer. III. Stratigrafiske Undersøgelser. Med 1 Tavle. Résumé en français. 1903	3.	85.
XII , med 3 Tavler og 1 Kort. 1902—04		10. 50.
1. Forch, Carl, Knudsen, Martin, og Sørensen, S. P. L. Berichte über die Konstantenbestimmungen zur Aufstellung der hydrographischen Tabellen. Gesammelt von <i>Martin Knudsen</i> . 1902	4.	75.
2. Bergh, R. Gasteropoda opisthobranchiata. With three plates and a map. (The Danish expedition to Siam 1899—1900, I.) 1902	3.	45.
3. Petersen, C. G. Joh., Jensen, Søren, Johansen, A. C., og Levinson, J. Chr. L. De danske Farvandes Plankton i Aarene 1898—1901. 1903	3.	25.
4. Christensen, A. Om Chinaalkaloidernes Dibromadditionsprodukter og om Forbindelser af Alkaloidernes Chlorhydrater med højere Metalchlorider. 1904	1.	35.

Fysiske og kemiske Skrifter

udgivne af Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab

(udenfor Skrifternes 6. Række, se Omslagets S. 2—3):

	Kr.	Øre
Barfoed, C. T. Nogle Undersøgelser over de isomeriske Tinsyrer. 67.	•	60.
Christiansen, C. Magnetiske Undersøgelser. 76.	1.	•
Colding, A. Undersøgelser om de almindelige Naturkræfter og deres gjensidige Afhængighed, samt: Om Magnetens Indvirkning paa blødt Jern. Med 4 Tavler. 50	2.	65.
— Undersøgelser over Vanddampene og deres bevægende Kraft i Dampmaskinen. 52	•	85.
— Om Lovene for Vandets Bevægelse i lukkede Ledninger. Med 3 Tavler. 57	1.	65.
— De frie Vandspejlsformer i Ledninger med konstant Vandføring. Med 3 Tavler. 63	1.	•
— Om Udstrømning af Varme fra Ledninger for varmt Vand. 64	1.	•
— Om Strømningsforholdene i almindelige Ledninger og i Havet. Med 3 Tavler. Résumé en franç. 70	5.	15.
— Om Lovene for Vandets Bevægelse i Jorden. Med 2 Tavler. Résumé en franç. 72	1	65.
— Fremstilling af Resultaterne af nogle Undersøgelser over de ved Vindens Kraft fremkaldte Strømninger i Havet. 76	•	85.
Jørgensen, S. M. Nogle Analogier mellem Platin og Tin. 65.	•	35.
— Om den saakaldte Herapathit og lignende Acidperjodider. 75	3.	75.
Lorenz, L. Experimentale og theoretiske Undersøgelser over Legemernes Brydningsforhold. I. 69	1.	•
— do. II. 75	1.	10.
Nørgaard. Bidrag til Oplysning om de kulsure Magnesiaforbindelser. Med 1 Tavle. 50	•	80.
Scharling, E. A. Undersøgelser over Urin. 43	•	50.
— Undersøgelser over den Quantitet Kulstof, som i Form af Kulsyre forlader det menneskelige Legeme i Døgnets Løb. 43	•	65.
— Fortsatte Forsøg for at bestemme Kulsyren i Menneskets Udaanding. Med 1 Tavle. 45	•	80.
— Tredie Række af samme. 49	•	30.
— Bidrag til Oplysning om de i Handelen forekommende Balsamers kemiske Forhold. 55	1.	•
— Om Døglal og Æthal. 55	•	50.
Thomsen, Jul. Bidrag til et thermochemisk System. 52	1.	30.
— Den elektromotoriske Kraft udtrykt i Varmeenheder. 58	•	75.
— Thermochemiske Undersøgelser over Affinitetsforholdene mellem Syrer og Baser i vandig Opløsning I. Med 1 Tavle. Résumé en franç. 69	•	85.
— do. V—VIII. 70	1.	35.
— do. IX. 70	1.	•
— do. X. 71	1.	35.
— do. XI. Med en Tavle. 73	1.	35.
— do. XII. 73	•	85.
Topsoe, H., & Christiansen, C. Krystallografisk-optiske Undersøgelser, med særligt Hensyn til isomorfe Stoffer. 73.	3.	•
Zeise, W. C. Om Acechlorplatin. 41	1.	•
— Om et Product af Ammonium-Sulphocyan-Hydrat ved Chlor. 43	•	40.
— Undersøgelser over Producterne ved Tobakkens tørre Destillation og over Tobaksrøgens kemiske Beskaffenhed. 43	•	50.
— Om Virkningen mellem xanthogensyret Kali og Jode. 45	•	50.
— Om Virkningen mellem Kali-Methyloxyd-Sulphocarbonat og Jode. 47	•	30.